



MINISTÉRIO DA DEFESA
COMANDO DA AERONÁUTICA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA AEROESPACIAL
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



CADERNO DE QUESTÕES

1º DIA: MATEMÁTICA E QUÍMICA

VESTIBULAR 2023
2ª FASE

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

VESTIBULAR 2023



2ª FASE PROVAS DE MATEMÁTICA E QUÍMICA

INSTRUÇÕES

1. O tempo total para resolução das duas provas é de **quatro horas**.
2. Não é permitido deixar o local de exame antes de decorridas **duas horas** do início da prova.
3. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente simples e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar.**
4. Você recebeu este **caderno de questões** e os **cadernos de soluções de Matemática e de Química.**
5. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos de questões ou de soluções.
6. O caderno de questões é composto por **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de **Matemática** e **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de **Química.**
7. **As resoluções das questões de Matemática e de Química devem ser apresentadas nos respectivos cadernos de soluções, no local destinado a cada questão.**
8. Nas questões que envolvem cálculo matemático, as expressões numéricas devem ser resolvidas até o final, sob pena de prejuízo da nota.
9. Apenas as resoluções presentes nos espaços destinados para uma dada questão serão consideradas na correção dessa questão. Não será considerado para correção o conteúdo das páginas de rascunho.
10. É obrigatória a **devolução dos cadernos de questões e de soluções**, sob pena de **desclassificação do candidato.**
11. No dia 29/11/2022 serão divulgadas as médias obtidas nas provas da segunda fase.
12. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

MATEMÁTICA

Convenções: Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: denota o conjunto dos números naturais.

\mathbb{R} : denota o conjunto dos números reais.

\mathbb{C} : denota o conjunto dos números complexos.

i : denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.

$M_n(\mathbb{R})$: denota o conjunto das matrizes $n \times n$ de entradas reais.

\overline{AB} : denota o segmento de reta de extremidades nos pontos A e B .

$A\hat{O}B$: denota o ângulo formado pelas semi-retas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , com vértice no ponto O .

$m(\overline{AB})$: denota o comprimento do segmento \overline{AB} .

Questão 1. Sejam a e b números reais positivos. Considere o sistema linear nas incógnitas x, y e z :

$$\begin{cases} -ax + by + az = 0 \\ b^2x + a^3y + 4a^2z = 0 \\ 4a^2x + a^3y + b^2z = 0 \end{cases}$$

Sabendo que esse sistema admite solução não trivial, determine b em função de a . Determine o conjunto solução do sistema para $a = \frac{1}{2}$.

Questão 2. Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

Determine os números $\alpha \in \mathbb{R}$ tais que a matriz $M = \alpha^2 A + \alpha B + C$ é invertível.

Questão 3. Determine o conjunto solução da inequação

$$\log_{2-x}(-\sqrt[3]{x^2 + 2x - 3}) > \log_{2-x}(\sqrt[3]{3}).$$

Questão 4. Considere o polinômio $p(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$. Determine o quociente e o resto da divisão do polinômio $q(x) = x^{10} - 1$ por $p(x)$ e encontre todas as raízes complexas de $p(x)$.

Questão 5. Sejam $A = \cos(\alpha) + \cos(\beta)$ e $B = \sin(\alpha) - \sin(\beta)$ com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Calcule $\sin(\alpha - \beta)$ em função de A e B , sabendo que A e B não são ambos nulos.

Questão 6. Considere um triângulo ABC tal que $m(\overline{AB}) = 4$, $m(\overline{AC}) = 5$ e $\hat{BAC} = 60^\circ$. Seja D um ponto no lado \overline{AB} tal que $m(\overline{AD}) = 1$. Encontre o raio do círculo inscrito no triângulo BCD .

Questão 7. Determine os pontos P pertencentes à elipse E definida pela equação $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, tais que os segmentos de reta que ligam P aos focos de E formam um ângulo de 60° .

Questão 8. Um cilindro equilátero é apoiado sobre uma de suas bases e parcialmente preenchido com água. Quando uma esfera é colocada em seu interior, de modo a tocar o fundo, o nível de água atinge a altura do cilindro. Se o raio da esfera é igual ao raio da base do cilindro e o volume de água é $2000\frac{\pi}{3}cm^3$, determine a área da superfície lateral do cilindro e o volume da esfera.

Questão 9. Um triângulo tem perímetro 20 e seus ângulos internos α, β e γ satisfazem a igualdade $\text{sen}(\alpha) + \text{sen}(\beta) + \text{sen}(\gamma) = 2$. Sabendo que um dos lados desse triângulo mede 8, determine a medida dos outros dois lados.

Questão 10. Em um decágono convexo, de quantas formas podemos escolher duas diagonais que não se interceptam?

QUÍMICA

As questões numéricas devem ser desenvolvidas sequencialmente até o final.

Constantes

Constante de Avogadro (N_A) =	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F) =	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A s mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Carga elementar =	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R) =	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Planck (h) =	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Velocidade da luz no vácuo =	$3,0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Número de Euler (e) =	2,72

Definições

Pressão: $1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia: $1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): $0 \text{ }^\circ\text{C}$ e 1 atm , equivalente a um volume de um gás ideal de $22,4 \text{ L}$.

Condições ambientes: $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e 1 atm

Condições padrão: 1 bar ; concentração das soluções = 1 mol L^{-1} (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. $[X]$ = concentração da espécie química X em mol L^{-1}

$\ln X = 2,3 \log X$

Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	S	16	32,06
Li	3	6,94	Cl	17	35,45
C	6	12,01	Ca	20	40,08
N	7	14,01	Cu	29	63,55
O	8	16,00	Zn	30	65,38
Na	11	22,99	Br	35	79,90
Mg	12	24,31	Os	76	190,23
Al	13	26,98	Sg	106	269

Questão 1. Considere dois líquidos voláteis, A e B, que são completamente miscíveis entre si e que formam uma solução ideal em toda a amplitude de concentrações. Esses líquidos são adicionados a um tanque fechado, inicialmente sob vácuo, e mantido em temperatura constante (T), na proporção molar 1:1. Considere que a mistura causa um abaixamento na pressão de vapor do líquido A igual a 40 Torr e que a pressão de vapor do líquido B puro é igual a 20 Torr.

Determine os valores numéricos:

- a) da pressão de vapor do líquido A puro na temperatura T;
- b) da pressão de vapor da solução, depois de atingido o equilíbrio do sistema;
- c) da composição molar da fase vapor em equilíbrio com a fase líquida presente no tanque.

Questão 2. O ácido fórmico pode ser obtido por meio de uma reação de duas etapas. Na primeira etapa, em temperatura de 200 °C e pressão de 10 atm, monóxido de carbono e hidróxido de sódio reagem. Na segunda, o produto dessa primeira etapa reage com ácido sulfúrico, formando-se o ácido fórmico. Sobre esse processo, apresente:

- a) a fórmula estrutural do produto gerado na primeira etapa;
- b) a equação química balanceada da primeira etapa;
- c) a equação química balanceada da segunda etapa.

Questão 3. Um determinado sistema consiste em dois sólidos, A e B, cada qual com uma quantidade igual a 1 mol. Considere que os sólidos estão fisicamente separados, mas em contato térmico por meio de uma parede condutora de calor, a qual garante que estejam em equilíbrio térmico em todos os instantes. A temperatura inicial desse sistema é igual a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$. O sistema é aquecido até atingir a temperatura de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. A temperatura de fusão de A é igual a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ e a de B é igual a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Considere ainda os dados a seguir.

- I. Variação de entalpia de fusão, de A, $\Delta H_{\text{fusão}}(\text{A}) = 1\text{ kJ mol}^{-1}$, e de B, $\Delta H_{\text{fusão}}(\text{B}) = 2\text{ kJ mol}^{-1}$;
- II. Capacidade calorífica molar sob pressão constante, de A sólido, $C_{p,\text{sólido}}(\text{A}) = 30\text{ J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$, e de B sólido, $C_{p,\text{sólido}}(\text{B}) = 20\text{ J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$;
- III. Capacidade calorífica molar sob pressão constante, de A líquido, $C_{p,\text{líquido}}(\text{A}) = 50\text{ J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$, e de B líquido, $C_{p,\text{líquido}}(\text{B}) = 100\text{ J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

Desenhe um gráfico da temperatura do sistema, em $^{\circ}\text{C}$, em função da quantidade de calor fornecida, em kJ, indicando o fenômeno físico e o valor numérico da quantidade de calor fornecida em cada etapa do processo de aquecimento, até a temperatura final ser atingida.

Questão 4. Duas soluções aquosas, contendo os cátions genéricos, A^+ e B^+ , são preparadas com as concentrações iniciais descritas a seguir.

Solução 1: $[A^+] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$ e $[B^+] = 1 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$.

Solução 2: $[A^+] = 5 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$ e $[B^+] = 1 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$.

A cada uma dessas soluções são adicionadas quantidades progressivas de um ânion C^- , sem variação significativa do volume das soluções. Considere que os produtos de solubilidade dos sólidos $AC(s)$ e $BC(s)$ são iguais a 1×10^{-7} e 1×10^{-9} , respectivamente.

Com base nessas informações, determine o que se pede para a **solução 1** e para a **solução 2**.

- a) Qual sólido será formado primeiro com a adição progressiva de C^- a cada uma das soluções? Justifique a sua resposta.
- b) Conforme C^- é progressivamente adicionado, o segundo sólido começa a se formar. Nesse momento, qual é a concentração em solução do cátion desse primeiro sólido precipitado em cada solução?

Questão 5. Uma amostra de 5,480 g de uma mistura de óxido e carbonato de um mesmo metal (com um estado de oxidação igual a +2 nesses compostos) é completamente dissolvida em excesso de ácido clorídrico. Nesse processo, 0,448 L (condições normais) de gás são liberados.

Com base nessas informações, determine os valores numéricos

- a) da composição da mistura, em frações mássicas, se a quantidade em mol de carbonato na mistura é duas vezes maior do que a quantidade do óxido;
- b) da concentração molar do sal formado na solução resultante, se o volume final da dissolução é igual a 200 mL.

Questão 6. Suponha que, em medições experimentais realizadas no espaço sideral, foi descoberto um sistema formado de gás hidrogênio atômico excitado. A energia desse hidrogênio excitado é igual a $-0,34 \text{ meV}$, fazendo com que o sistema emita um espectro de ondas eletromagnéticas de forma aparentemente contínua. Considere o modelo do átomo proposto por Bohr para descrever esse sistema. Considere, ainda, que a energia do átomo de hidrogênio no estado fundamental é $-13,6 \text{ eV}$ e que o raio do átomo de hidrogênio no estado fundamental é igual a 53 pm .

Acerca desse sistema, determine o que se pede a seguir.

- a) Qual é o nível de energia no qual os átomos de hidrogênio excitados se encontram?
- b) Qual é o raio da órbita do elétron ao redor do próton nesses átomos de hidrogênio?
- c) Qual é a razão entre a velocidade do elétron do átomo de hidrogênio no estado fundamental e no estado excitado?

Questão 7. A primeira determinação experimental do tamanho de um núcleo foi feita a partir dos resultados do espalhamento de Rutherford de partículas α . Os resultados evidenciaram uma dependência entre o raio nuclear (R) e o número de massa (A), através da relação:

$$R = R_0 A^{1/3},$$

em que R_0 é uma constante.

Com base nessas informações, calcule o valor numérico:

- da densidade nuclear para o ${}_{29}\text{Cu}^{63}$, considerando que o raio para ${}_{30}\text{Zn}^{64}$ é $4,8 \times 10^{-15}$ m;
- da razão entre os raios nucleares do isótopo de magnésio ${}_{12}\text{Mg}^{24}$ e do isótopo de ósmio ${}_{76}\text{Os}^{192}$;
- da densidade nuclear para o seabórgio ${}_{106}\text{Sg}^{271}$, comparando-a com o valor da densidade nuclear do ${}_{29}\text{Cu}^{63}$ obtida no item (a) acima.

Questão 8. O método de obtenção de magnésio metálico consiste nas seguintes etapas:

- I. Uma amostra de carbonato de cálcio sólido é aquecida a altas temperaturas, formando um produto sólido A e um gasoso B.
- II. Em seguida, o sólido A é tratado com água do mar, formando-se um hidróxido pouco solúvel que se ioniza formando os produtos C e D.
- III. Os ânions D reagem com cátions Mg^{2+} da água do mar. O resultado é um precipitado E.
- IV. O composto E é separado por filtração e dissolvido por meio da adição de uma solução aquosa de ácido clorídrico.
- V. A seguir, o solvente da solução é evaporado, obtendo-se o sal iônico F seco.
- VI. Finalmente, o sal F é submetido a uma eletrólise ígnea.

Determine o que se pede.

- a) Apresente as equações químicas balanceadas que representam as reações, identificando os produtos A, B, C, D, E e F formados.
- b) Em relação à eletrólise ígnea, mostre as semi-equações que representam as semi-reações que ocorreram no anodo e no catodo, assim como a reação global.

Questão 9. Apresente os compostos orgânicos formados a partir das reações do etanoato de metila com os seguintes reagentes:

- I. solução aquosa de ácido clorídrico.
- II. solução aquosa de hidróxido de sódio.
- III. amônia gasosa.
- IV. $\text{Li}(\text{AlH}_4)$ dissolvido em dietil éter, seguido da adição de uma solução aquosa ácida.

Questão 10. Considere o composto de fórmula C_4H_8 .

Apresente:

- a) os seis isômeros estruturais e geométricos;
- b) a fórmula estrutural dos produtos dibromados formados nas reações de cada um desses seis isômeros com Br_2 . Considere que as condições das reações são adequadas para que ocorram de forma completa e produtos dibromados sejam gerados.

RASCUNHO

RASCUNHO
