Cursos de Férias

Matemática e suas Tecnologias

GABARITOS

Colégio Ari de Sá Cavalcante 21 Anos

Alexandrino Diógenes

EXERCÍCIOS DE SALA

1	2	3	4	5
C	C	D	C	D
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	E	E	C	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	E	A	B	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
A	B	E	A	C

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
A	C	A	E	A
6	**7**	**8**	**9**	**10**
E	B	A	C	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	C	A	C	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
C	C	C	C	A

EXERCÍCIOS DE SALA

RESOLUÇÕES:

1. Pelo Teorema de Tales, segue que

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{x}{90} = \frac{80}{100} \Leftrightarrow x = 72\,\text{m}.$$

Resposta correta: C

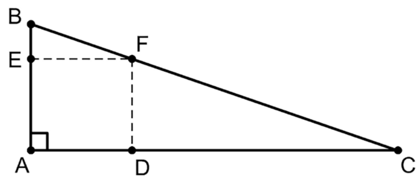
2. Sendo **x** e **y** as dimensões da TV menor, pode-se calcular:

$$16^2 = x^2 + y^2$$
$$21^2 = (kx)^2 + (ky)^2 = k^2 \cdot (x^2 + y^2)$$
$$\Rightarrow 21^2 = k^2 \cdot 16^2 \Rightarrow k^2 = \left(\frac{21}{16}\right)^2$$
$$A_1 = xy$$
$$A_2 = kx \cdot ky = k^2 \cdot xy = \left(\frac{21}{16}\right)^2 \cdot A_1$$
$$\Rightarrow A_2 = 1{,}723 \cdot A_1 \Rightarrow \approx 72\% \text{ de acréscimo}$$

Resposta correta: C

3. **Resposta correta: D**

4. Considere a figura, em que $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 35\text{cm}$ e $\overline{AE} = \mathbf{x}\text{cm}$.



Os triângulos ABC e EBF são semelhantes por AA. Logo, temos

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{12 - x}{12} = \frac{x}{35} \Leftrightarrow x = \frac{420}{47}\text{cm}.$$

Portanto, como $\frac{420}{47} \cong 8{,}9$, segue que a medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de 9 cm.

Resposta correta: C

5. Se **d** é a distância real entre as cidades A e B, então

$$\frac{1}{180\ 000} = \frac{3{,}5}{d} \Leftrightarrow d = 630\ 000\ \text{cm} \Leftrightarrow d = 6{,}3\ \text{km}.$$

Resposta correta: D

6. Sendo a densidade constante, temos:

$$\rho = \frac{m_{maior}}{V_{maior}} = \frac{m_{menor}}{V_{menor}} \Rightarrow m_{maior} = m_{menor} \cdot \frac{V_{maior}}{V_{menor}}$$

Como o volume é proporcional ao comprimento, vem:

$$\frac{V_{maior}}{V_{menor}} = \left(\frac{\ell_{maior}}{\ell_{menor}}\right)^3 = \left(\frac{15}{10}\right)^3 = 3{,}375$$

Portanto: $m_{maior} = 120 \cdot 3{,}375 \therefore m_{maior} = 405\,\text{g}$

Resposta correta: D

7. Se $x = 0{,}8\bar{3}$, então

$$10x = 8{,}\bar{3} \Leftrightarrow 10x = 8 + 0{,}\bar{3} \Leftrightarrow 10x = 8 + \frac{3}{9} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}.$$

Sejam **h** e **m**, respectivamente, o número de homens e o número de mulheres da turma. Logo, temos

$$\left|\begin{array}{l} h + m = 143 \\ \dfrac{h}{m} = \dfrac{5}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} h = 65 \\ m = 78 \end{array}\right..$$

A resposta é m – h = 78 – 65 = 13.

Resposta correta: E

8. A quantidade **x** de água a ser adicionada para que a porcentagem de álcool passe a ser de 40% é tal que:

$$\frac{700}{1\,000+x}=0{,}4$$
$$400+0{,}4x=700$$
$$x=\frac{300}{0{,}4}\therefore x=750\,\text{mL}$$

Resposta correta: E

9. Se **c** é o número de candidatos e **v** é o número de vagas, então c = 300v. Após a prorrogação das inscrições, passou-se a ter c + 4 000 = 400v. Logo, vem
300v + 4 000 = 400v ⇔ v = 40.
Em consequência, o total de candidatos que fizeram a prova foi 400 · 40 = 16 000 e, portanto, o número de reprovados foi 16 000 – 40 = 15 960.

Resposta correta: C

10. Sendo **k** uma constante de proporcionalidade, temos:

$$24k+21k+20k+18k+7k=67\,500$$
$$90k=67\,500$$
$$k=750$$

Logo, cada um dos netos receberá o valor de:

$$V:\ 24\cdot \text{R\$}\,750{,}00=\text{R\$}\,18\,000{,}00$$
$$M:\ 21\cdot \text{R\$}\,750{,}00=\text{R\$}\,15\,750{,}00$$
$$J:\ 20\cdot \text{R\$}\,750{,}00=\text{R\$}\,15\,000{,}00$$
$$A:\ 18\cdot \text{R\$}\,750{,}00=\text{R\$}\,13\,500{,}00$$
$$S:\ 7\cdot \text{R\$}\,750{,}00=\text{R\$}\,5\,250{,}00$$

Ou seja, Jansen recebeu R$ 15 000,00.

Resposta correta: A

11. O tempo gasto no primeiro trecho foi de $\frac{30}{90}=\frac{1}{3}$h. Já o segundo, foi percorrido em $\frac{40}{80}=\frac{1}{2}$h. Desse modo, como $1\text{h}30\text{min}=\left(1+\frac{1}{2}\right)$h, segue que o terceiro trecho deve ter sido percorrido em um tempo **t** dado por $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+t=1+\frac{1}{2}\Leftrightarrow t=\frac{2}{3}$h. Sabendo que o terceiro trecho corresponde a 100 – 30 – 40 = 30 km, podemos concluir que a resposta é $\dfrac{30}{\frac{2}{3}}=45\ \text{km/h}$.

Resposta correta: A

12. De acordo com os dados do problema, temos:

Hora (por dia)	dias	exercícios
3	16	400
4	x	500

Portanto:

$$\frac{x\cdot 4}{500}=\frac{16\cdot 3}{400}\Rightarrow\frac{x\cdot 4}{5}=\frac{16\cdot 3}{4}\Rightarrow 4x=60\Rightarrow x=15$$

Resposta correta: E

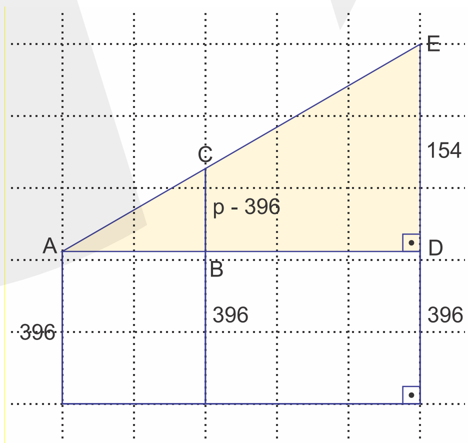
13. Seja v(t) = at + b o valor da viatura daqui a **t** anos, com v(t) em milhares de dólares. Se v(0) = 50, então b = 50. Ademais, como v(5) = 10, temos 10 = a · 5 + 50 ⇔ a = –8.
Queremos calcular v(3). A resposta, em milhares de dólares, é v(3) = –8 · 3 + 50 = 26.

Resposta correta: A

14. Vamos determinar o preço cobrado por metro quadrado de área pintada.
Considerando uma área pintada de 5 m², sabemos que o custo total será de R$ 35,00.
Logo, temos 35 = 5x + 25 ⇔ x = R$ 2,00, em que **x** é o preço do metro quadrado pintado.
A resposta é 150 · 2 + 25 = R$ 325,00.

Resposta correta: B

15. De acordo com as informações do problema e considerando que **p** seja a produção de plástico para o ano de 2020, podemos considerar a seguinte figura.



Podemos, então, estabelecer a seguinte semelhança:
ΔABC ~ ΔADE

$$\frac{p-396}{154}=\frac{4}{14}\Rightarrow p-396=\frac{4\cdot 154}{14}\Rightarrow p-396=44\Rightarrow p=440$$

Resposta correta: C

16. Equação da reta:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 17 & 1 \\ 7 & 42{,}2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$17x + 7y - 119 - 42{,}2x = 0$

$y = 3{,}6x + 17$

Para um consumo de 14 m³ de água, teremos:

$y = 3{,}6 \cdot 14 + 17$

$y = R\$\,67{,}40$

Ou seja, a fatura de dezembro foi superior a R$ 65,00 e inferior a R$ 70,00.

Resposta correta: A

17. Escrevendo as leis de L e *L sob a forma canônica, encontramos $L(x) = \frac{17}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ e $L^*(x) = 5 - 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

Em consequência, sendo de $\frac{17}{4}$ milhões o lucro máximo em L e 5 milhões o lucro máximo em L*, podemos concluir que a resposta é:

$$\left(5 - \frac{17}{4}\right) \cdot 1\,000\,000 = R\$\,750\,000{,}00.$$

Resposta correta: B

18. A forma canônica da parábola é $y = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$, com $V = (x_v, y_v)$ sendo o vértice da parábola. Sabendo que a parábola passa pelos pontos M e Q, com M sendo o vértice, temos $0 = a \cdot (13 - 5)^2 + 10 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{32}$.

Portanto, a resposta é $f(0) = -\frac{5}{32} \cdot (0 - 5)^2 + 10 = \frac{195}{32}$.

Resposta correta: E

19. Sendo **x** o número de aumentos de R$ 5,00, o faturamento mensal é dado por:

$f(x) = (600 - 8x)(50 + 5x)$

$f(x) = 30\,000 + 3\,000x - 400x - 40x^2$

$f(x) = -40x^2 + 2\,600x + 30\,000$

Quantidade de aumentos que maximiza o faturamento:

$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2\,600}{2 \cdot (-40)} = 32{,}5.$

Como o número de aumentos deve ser inteiro, o faturamento máximo deve ser de:

$f_{máx} = f(32) = -40 \cdot 32^2 + 2\,600 \cdot 32 + 30\,000$

$f_{máx} = R\$\,72\,240{,}00$ ou

$f_{máx} = f(33) = -40 \cdot 33^2 + 2\,600 \cdot 33 + 30\,000$

$f_{máx} = R\$\,72\,240{,}00$

Resposta correta: A

20. Sendo **f** a função que representa a quantidade de ingressos vendidos no dia **x**, temos:

$f(x) = [30 + 3(x - 1)] \cdot [400 - 10(x - 1)]$

$f(x) = (3x + 27) \cdot (410 - 10x)$

$f(x) = 1\,230x - 30x^2 + 11\,070 - 270x$

$f(x) = -30x^2 + 960x + 11\,070$

Maior quantidade de ingressos vendidos em um único dia:

$f_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{960^2 - 4 \cdot (-30) \cdot 11\,070}{4 \cdot (-30)}$

$f_{máx} = \frac{921\,600 + 1\,328\,400}{120}$

$f_{máx} = 18\,750$

Portanto, o maior valor apurado em um único dia de venda dos ingressos foi de: $R\$\,50{,}00 \cdot 18\,750 = R\$\,937\,500.$

Resposta correta: C

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES:

1. A lei de **f** pode ser escrita sob a forma

$$f(x) = a \cdot (x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2),$$

em que x_1 e x_2 são os zeros de **f**. Sendo P = (–5, 0) e R = (1, 0) os pontos de interseção da parábola com o eixo das abscissas, podemos concluir que os zeros de **f** são $x_1 = -5$ e $x_2 = 1$. Logo, como Q = (0, 2) pertence à parábola, vem

$$f(0) = a \cdot (0^2 - (-5 + 1) \cdot 0 + (-5) \cdot 1) \Leftrightarrow -5a = 2 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{5}.$$

Portanto, segue que a resposta é $f(1) = -\frac{2}{5} \cdot (1^2 + 4 \cdot 1 - 5) = 0.$

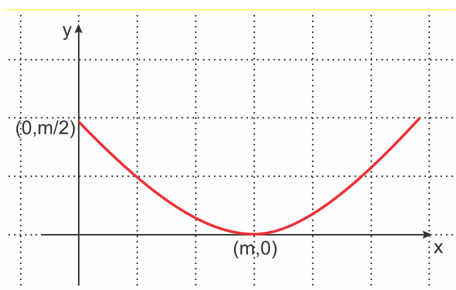
Resposta correta: A

2. Se y = 60 – 2x, então o volume V do paralelepípedo, em cm³, é dado por $V = 800 \cdot x \cdot (60 - 2x) = -1\,600(x - 0)(x - 30).$

Em consequência, o valor de **x** para o qual V é máximo é igual a $\frac{0 + 30}{2} = 15$ cm.

Resposta correta: C

3. Adotando um sistema cartesiano ortogonal para a figura, podemos determinar sua equação facilmente.



Para isto, utilizaremos a forma canônica do trinômio do segundo grau:
$f(x) = a(x - xv)^2 + yv.$
Considerando que o vértice é o ponto (m, 0) e também o ponto $\left(0, \frac{m}{2}\right)$, temos: $f(x) = a(x - m)^2 + 0.$

Como o ponto $\left(0, \frac{m}{2}\right)$ pertence à parábola, temos:

$$\frac{m}{2} = a(0 - m)^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2m}$$

Portanto: $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x - m)^2.$

Resposta correta: A

4. Seja **x**, com $x \in \mathbb{Z}_+$, o número de descontos de um real que serão concedidos. Logo, a arrecadação A é dada por $A(x) = (20 - x)(200 + 40x) = -40x^2 + 600x + 4\ 000.$
Em consequência, como $A: \mathbb{Z}_+ \to \mathbb{R}$ é uma função quadrática, só pode ser o gráfico da alternativa [E].

Resposta correta: E

5. A função que representa o valor total a ser pago é dada por: f(x) = 4 + 0,5x.
Sendo assim, o gráfico da alternativa [A] é o que corresponde à função obtida.

Resposta correta: A

6. Para que o faturamento seja de R$ 40 000,00, devemos ter:
$100x - 10\ 000 = 40\ 000$
$100x = 50\ 000 \therefore x = 500$

Resposta correta: E

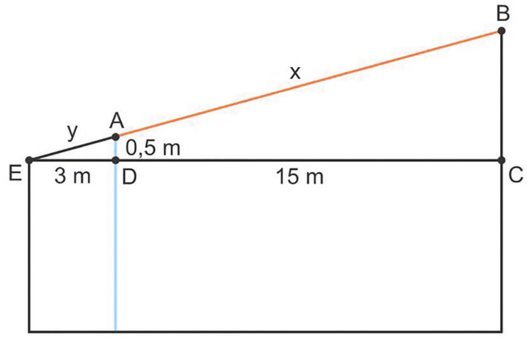
7. A receita apurada com a venda de **x** calçados é igual a 28x reais. Logo, sabendo que o lucro mensal é dado pela diferença entre a receita e o custo total, tem-se que a resposta é 28x – 20 000.

Resposta correta: B

8. De acordo com as informações do problema, concluímos que o perímetro do trapézio ABCD é: 60 + 25 + 25 + 30 = 140 m.
Então, o perímetro do trapézio PQRS será dado por:
560 – 140 = 420 m.
Considerando a semelhança dos trapézios, podemos escrever que: $\frac{RS}{420} = \frac{60}{140} \Rightarrow RS = 180\text{ m}.$

Resposta correta: A

9. Aplicando o teorema de Pitágoras no ΔAED, obtemos:



$y^2 = 3^2 + 0,5^2$

$y = \sqrt{9,25} = \sqrt{\frac{925}{100}}$

$y = \frac{\sqrt{37}}{2}\text{m}$

Por semelhança de triângulos entre o ΔEAD e o ΔEBC, chegamos a:

$$\frac{x + \sqrt{37}/2}{\sqrt{37}/2} = \frac{18}{3}$$

$$3x + \frac{3\sqrt{37}}{2} = 9\sqrt{37}$$

$$3x = \frac{15\sqrt{37}}{2} \therefore x = 2,5\sqrt{37}\text{ m}$$

Resposta correta: C

10. Seja **t** o resultado pedido. Logo, se a primeira impressora realiza $\frac{1}{90}$ da tarefa por segundo e a segunda impressora realiza $\frac{1}{t}$ da tarefa por segundo, então

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{90} + \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{1}{t} = \frac{5-2}{180} \Leftrightarrow t = 60s.$$

Resposta correta: C

11. O retângulo de área mínima circunscrito à logomarca é o quadrado de lado 2 · 6 = 12 cm. Logo, após a ampliação da logomarca, segue que a menor medida do lado da parede quadrada é igual a 25 · 12 = 300 cm, ou seja, 3 m. A resposta é $3^2 = 9\text{ m}^2$.

Resposta correta: D

12. Calculando a razão entre as distâncias, obtemos:

$$\frac{7\text{ cm}}{140\text{ km}} = \frac{7\text{ cm}}{14\ 000\ 000\text{ cm}} = \frac{1}{2\ 000\ 000}$$

Ou seja, a escala deve ser de 1 : 2 000 000.

Resposta correta: C

13.

Área (m²)	Tempo (minutos)
40	80
160	x

Como área e tempo, neste problema, são grandezas diretamente proporcionais, escrevemos:

$\frac{40}{160} = \frac{80}{x}$

$40x = 160 \cdot 80$

$x = \frac{160 \cdot 80}{40} \Rightarrow \boxed{x = 320}$

Resposta correta: A

14. Vamos admitir que: **x** seja o número de integrantes da tribo A e **y** seja o número de integrantes da tribo B.
De acordo com as informações do problema, temos:

$\frac{y}{x-31} = 2 \Rightarrow x - 31 = \frac{y}{2}$ (equação 1)

$\frac{x-31}{y-55} = 3 \Rightarrow x - 31 = 3y - 165$ (equação 2)

Substituindo (1) em (2), obtemos:

$\frac{y}{2} = 3y - 165 \Rightarrow y = 6y - 330 \Rightarrow -5y = -330 \Rightarrow y = 66$

Determinando o valor de **x**, obtemos:

$x - 31 = \frac{y}{2} \Rightarrow x - 31 = \frac{66}{2} \Rightarrow x = 64.$

Portanto, o número de pessoas presentes na reunião era:
x + y = 64 + 66 = 130.

Resposta correta: C

15. Valor das distâncias:
Do ponto X: 100 000 · 1 cm = 100 000 cm.
Do ponto Y: 30 000 · 2 cm = 60 000 cm.
Do ponto Z: 20 000 · 2 cm = 40 000 cm.
Do ponto W: 10 000 · 7 cm = 70 000 cm.
Portanto, o local mais próximo é o Z.

Resposta correta: C

16. Sejam **a**, **b** e **c**, respectivamente, as partes de Antônio, Joaquim e José. Tem-se que a + b + c = 1 e $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{6} = k$, com **k** sendo a constante de proporcionalidade. Daí, vem $4K + 6k + 6k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{16}$.

Portanto, segue que $a = \frac{4}{16}$ e $b = c = \frac{6}{16}$.

Se **x** é a parte do capital de Joaquim e de José que será vendida para Antônio, então $\frac{4}{16} + 2x = \frac{6}{16} - x \Leftrightarrow x = \frac{1}{24}$.

A resposta é $\frac{\frac{1}{24}}{\frac{6}{16}} = \frac{1}{9}$.

Resposta correta: C

17. Como a área a ser rescaldada se mantém constante, e sabendo que o número de bombeiros e a quantidade de horas são inversamente proporcionais, temos:

Bombeiros		Horas
30	—	96
x	—	60

$x \cdot 60 = 30 \cdot 96 \quad \therefore \quad x = 48h$

Resposta correta: C

18. Quantidades iniciais de gasolina e álcool:

$g_0 = \frac{2}{5} \cdot 50\,L = 20\,L$

$a_0 = \frac{3}{5} \cdot 50\,L = 30\,L$

Quantidades após a introdução de N litros de álcool:

$g = g_0 = 20\,L$

$a = 30\,L + N$

Para que a proporção passe a ser igual à desejada, devemos ter que:

$\frac{20}{30 + N} = \frac{1}{3}$

$30 + N = 60 \therefore N = 30\,L$

Resposta correta: C

19. Como 1,68 m = 168 cm, segue que a resposta é $\frac{7}{168} = \frac{1}{24} = 1:24.$

Resposta correta: C

20. Utilizando o Teorema de Tales, temos:

$\frac{a}{18} = \frac{b}{24} = \frac{c}{33} = \frac{a+b+c}{18+24+33}$

$\frac{a}{18} = \frac{b}{24} = \frac{c}{33} = \frac{100}{75}$

Portanto, a = 24, b = 32 e c = 44.

Resposta correta: A

Alfredo Castelo

EXERCÍCIOS DE SALA

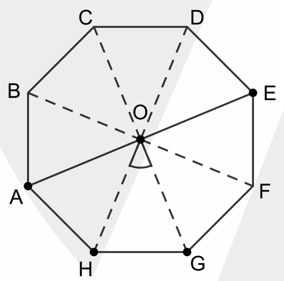
1	2	3	4	5
E	E	B	B	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	E	C	A	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	D	C	A	C

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
D	B	C	E	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
A	E	C	B	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	A	A	A	E
16	**17**	**18**	**19**	**20**
B	D	B	E	B

EXERCÍCIOS DE SALA

1. Considere a figura.



Tem-se que o ponto médio de AE é o centro do círculo circunscrito ao octógono ABCDEFGH. Assim, temos $\overline{GO} = \overline{HO} = \frac{32}{2} = 16\,\text{cm}$ e $G\hat{O}H = \frac{360°}{8} = 45°$.

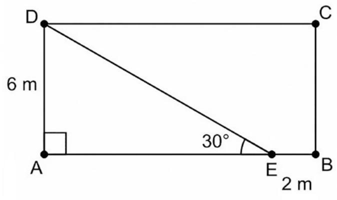
A área do octógono ABCDEFGH é dada por

$$8 \cdot (GOH) = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{GO} \cdot \overline{HO} \cdot \text{sen}\,G\hat{O}H$$
$$= 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 512\sqrt{2}\,\text{cm}^2.$$

Em consequência, o volume da embalagem é igual a $512\sqrt{2} \cdot 4 = 2\,048\sqrt{2}\,\text{cm}^3$.

Resposta correta: E

2. Considere a vista frontal do paralelepípedo que deu origem ao reservatório, de tal sorte que $\overline{BE} = 2\,\text{m}$ e $\overline{AD} = 6\,\text{m}$.



Assim, do triângulo ADE, vem $\text{tg}\,60° = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \overline{AE} = 6\sqrt{3}$ m.

Em consequência, sendo a altura do prisma igual a 5 m, temos $\left(\frac{6\sqrt{3}+2+2}{2}\right) \cdot 6 \cdot 5 = (60 + 90\sqrt{3})\,\text{m}^3$.

Resposta correta: E

3. A redução no volume de água no reservatório foi de 12 000 – 9 000 = 3 000 litros, isto é, 3 metros cúbicos. Logo, se **h** é a redução sofrida no nível da água do reservatório, então $4 \cdot 1{,}5 \cdot h = 3 \Leftrightarrow h = 0{,}5$ m. A resposta é 50 centímetros.

Resposta correta: B

4. Vamos, inicialmente, calcular o volume da caixa, em litros.
$100\,\text{cm} = 10\,\text{dm}$
$0{,}02\,\text{hm} = 20\,\text{dm}$
$400\,\text{mm} = 4\,\text{dm}$
Portanto o volume da caixa será dado por:
$V = 10 \cdot 20 \cdot 4 = 800\,\text{dm}^3 = 800$ L.
Capacidade do registro, em litros: 100 cL/min = 1 L/min.
Portanto, serão necessários 800 minutos para encher a caixa.
Capacidade do ladrão: 0,04 hL/min = 4 L/min.
Portanto, serão necessários 200 minutos para esvaziar a caixa.
A diferença pedida é de 600 minutos, ou seja, dez horas.

Resposta correta: B

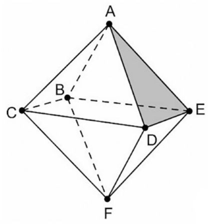
5. A resposta é $5 \cdot 6^3 = 1\,080\,\text{cm}^3$.

Resposta correta: B

6. Considerando a figura toda, temos:
Área superior: $8 \cdot 1^2 = 8$
Área inferior: $8 \cdot 1^2 = 8$
Área interna: $4 \cdot 1^2 = 4$
Área lateral: $12 \cdot 1^2 = 12$
Portanto, a área total da figura será dada por: $8 + 8 + 4 + 12 = 32\,\text{cm}^2$.

Resposta correta: B

7. A face de cor cinza escuro não possui nem arestas nem vértices em comum com a face $f_{BCF} = 4$. Note ainda que $f_{ACD} = 1$, $f_{CDF} = 2$ e $f_{DEF} = 3$.



Resposta correta: E

8. O volume de líquido contido no recipiente em forma de pirâmide é $\frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 9 = 3 \cdot 4^2 \text{ cm}^3$.
Portanto, a altura atingida no segundo recipiente é tal que $3 \cdot 4^2 = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot h \Leftrightarrow h = 6\text{cm}$.

Resposta correta: C

9. Sejam **a** e ℓ, respectivamente, a medida da aresta do cubo e a medida da aresta do tetraedro. Se as áreas laterais são iguais, então

$$\frac{3\ell^2\sqrt{3}}{4} = 4a^2 \Rightarrow \left(\frac{\ell}{a}\right)^2 = \frac{16}{\sqrt{3^3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{a} = \frac{4}{\sqrt[4]{3^3}} \Rightarrow \frac{\ell}{a} = \frac{4\sqrt[4]{3}}{3}.$$

Resposta correta: A

10. Calculando:

$$S = V_{cilindro} + V_{cubo} + V_{paralelepípedo}$$
$$S = \pi r^2 a + a^3 + abc$$
$$S = 3 \cdot 10^2 \cdot 5 + 5^3 + 5 \cdot 40 \cdot 20$$
$$S = 1\ 500 + 125 + 4\ 000$$
$$\therefore S = 5\ 625\text{ cm}^3$$

Resposta correta: A

11. O volume de água necessário para sete dias é

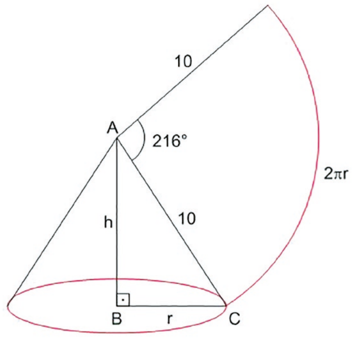
$$100 \cdot 7 \cdot 120 = 84\ 000\text{ L}$$
$$= 84\ 000\text{ dm}^3$$
$$= 84\text{ m}^3.$$

Portanto, se **h** é a altura mínima do cilindro, então

$$\pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot h = 84 \Leftrightarrow h \cong 4{,}48\text{ m}.$$

Resposta correta: D

12. Do enunciado, temos:



Da figura, temos:

$$2\pi r \cdot 360° = 2\pi \cdot 10 \cdot 216$$
$$r = 6\text{ cm}$$

No triângulo ABC:

$$10^2 = h^2 + r^2$$
$$10^2 = h^2 + 6^2$$
$$h^2 = 100 - 36$$
$$h = 8\text{ cm}$$

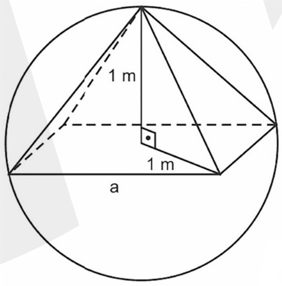
Resposta correta: D

13. Sendo $\pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2 \cong 75\text{ cm}^2$ e $\pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \cong 48\text{ cm}^2$ as áreas das bases da caneca, tem-se que o seu volume é dado por

$$\frac{12}{3} \cdot (75 + \sqrt{75 \cdot 48} + 48) \cong 732\text{ cm}^3$$
$$\cong 732\text{ mL}.$$

Resposta correta: C

14. Medida da aresta da base da pirâmide:



$$a\sqrt{2} = 2$$
$$a = \sqrt{2}\text{ m}$$

Logo, o volume da pirâmide vale:

$$V = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2 \cdot 1}{3}$$
$$\therefore V = \frac{2}{3}\text{m}^3$$

Resposta correta: A

15. $2\pi r = 16\pi \Rightarrow r = 8$ cm e $10^2 = r^2 + (10 - x)^2 \Rightarrow 100 = 64 + (10 - x)^2$ $\Rightarrow 10 - x = 6 \Rightarrow x = 4$ cm.

$$V_{calota} = \pi \cdot x^2 \cdot (R - \frac{x}{3}) = \pi \cdot 4^2 \cdot (10 - \frac{4}{3}) = 3{,}16\,(\frac{26}{3})$$

$$= 16 \cdot 26 = 416\ cm^3 = 416\ mL.$$

Resposta correta: C

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Após uma volta completa, tanto o centro de massa do cilindro como o ponto A terão percorrido o comprimento equivalente à base do cilindro, ou seja, a distância de $2\pi R$.

Resposta correta: D

2. Se as arestas medem 6 cm, então o apótema da base mede 6 cm e o apótema da pirâmide mede $3\sqrt{3}$ cm. Portanto, pelo Teorema de Pitágoras, tem-se que a altura, **h**, da pirâmide é $h^2 = (3\sqrt{3})^2 - 3^2 \Rightarrow h = 3\sqrt{2}$ cm. Em consequência, o volume da pirâmide é $\frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3\sqrt{2} \cong 50,76\ cm^3$.

A resposta é $50,76 \cdot 2,5 \cong 127$ g.

Resposta correta: B

3. O raio, **r**, do círculo é tal que

$$\pi \cdot r^2 = 9,42 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{9,42}{3,14}} \Rightarrow r \cong \sqrt{3}\ m.$$

Logo, se ℓ é a medida da aresta do tetraedro, então

$$sen 60° = \frac{\frac{\ell}{2}}{r} \Leftrightarrow \ell = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \ell = 3\ m.$$

A resposta é $4 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ m^2$.

Resposta correta: C

4. Lado do quadrado AHGF: $a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$ m

Altura $\overline{VH}$: $tg 60° = \sqrt{3} = \frac{\overline{VH}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \overline{VH} = 3$ m

Área da base ABCDEFGH: $A_B = 3 \cdot 4 - \left(\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow A_B = 9\ m^2$

Volume do sólido: $V_S = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 3 \Rightarrow V_S = 9\ m^3$

Portanto, o gasto com espuma será de:

$$G = \frac{R\$\ 5,00}{1\ L} \cdot 9 \cdot 10^3\ L = R\$\ 45\ 000,00$$

Resposta correta: E

5. Se a soma das áreas das faces de um cubo de aresta é 1 014 m², então $6a^2 = 1\ 014 \Rightarrow a = 13$ m.

Portanto, sendo a altura da pirâmide igual $\frac{13}{2}$ m e o apótema da base da pirâmide igual a $\frac{13}{2}$ m, segue que o apótema da pirâmide mede $\frac{13}{2}\sqrt{2}$ m. Em consequência, a resposta é $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \frac{13}{2}\sqrt{2} = 169\sqrt{2}\ m^2$.

Resposta correta: B

6. Calculando:

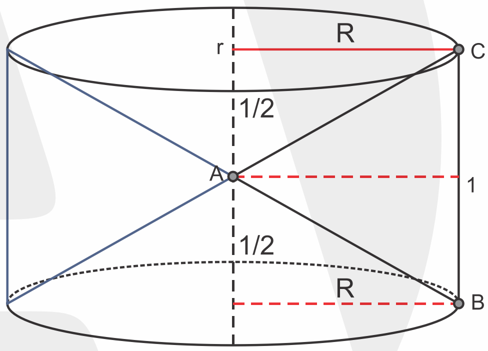
$$C = \pi r^2 h$$

$$C' = \pi(2r)^2 \frac{h}{2} = 2\pi r^2 h$$

$$\therefore C' = 2C$$

Resposta correta: A

7.



O volume pedido será dado pela diferença entre o volume do cilindro e o volume dos dois cones.

Calculando o raio do cilindro e dos cones (altura do triângulo equilátero):

$$R = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Logo, o volume do sólido será dado pela diferença entre o volume do cilindro e o volume dos dois cones:

$V = V_{cil} - 2 \cdot V_{cone}$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$V = \pi \cdot R^2 - \frac{\pi \cdot R^2}{3}$$

$$V = \frac{2\pi}{3} \cdot R^2$$

$$V = \frac{2\pi}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow \boxed{V = \frac{\pi}{2}}$$

Resposta correta: E

8. A medida do raio do cilindro é metade da medida da aresta da base do prisma.

Logo: $\dfrac{V_{cilindro}}{V_{prisma}} = \dfrac{\pi \cdot 1^2 \cdot 8}{2^2 \cdot 8} = \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3}{4} = 0,75 = 75\%$

Resposta correta: C

9. Área lateral do cilindro: $A_\ell = 2 \cdot 3,14 \cdot 5\,\text{cm} \cdot 10\,\text{cm} = 314\,\text{cm}^2$

Sendo assim, o comprimento necessário de fita é de:

$C \cdot 0,5\,\text{cm} = 314\,\text{cm}^2$

$\therefore C = 628\,\text{cm} = 6,28\,\text{m}$

Resposta correta: B

10. Como o volume se mantém, a altura atingida será de:

$V_{cilindro} = V_{cubo}$

$\pi \cdot 5^2 \cdot h = 10^3$

$\therefore h = \dfrac{40}{\pi}\,\text{cm}$

Resposta correta: B

11. Volume do pote:

$V_{pote} = \pi \cdot 6^2 \cdot 24$

$V_{pote} = 864\pi\,\text{cm}^3$

Volume de um grão de arroz:

$V_{arroz} = \dfrac{m_{arroz}}{d_{arroz}} = \dfrac{0,04}{1,2}$

$V_{arroz} = \dfrac{1}{30}\,\text{cm}^3$

Portanto, o número aproximado de grãos de arroz no pote é de:

$N = \dfrac{864\pi}{\frac{1}{30}} \cong 81\ 388,8.$

Ou seja, um número entre 60 e 90 mil.

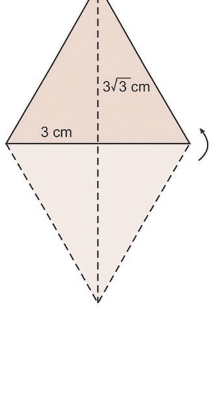
Resposta correta: A

12. Altura do triângulo equilátero: $h = \dfrac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm.

A figura formada é constituída por um par de cones de raio $3\sqrt{3}$ cm e altura 3 cm. E o seu volume vale:

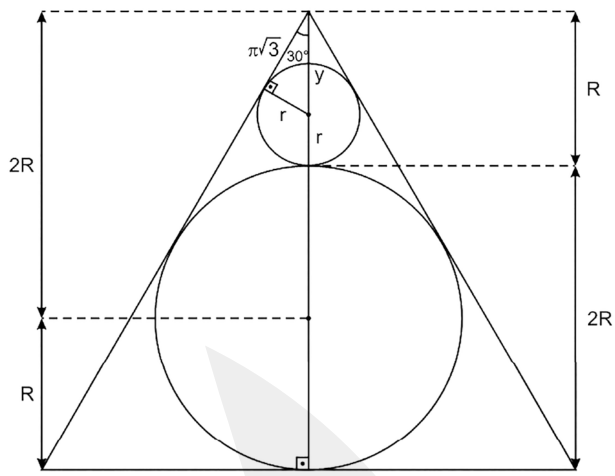
$V = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(3\sqrt{3}\right)^2 \cdot 3$

$\therefore V = 54\pi\,\text{cm}^3$



Resposta correta: A

13. Da figura abaixo, obtemos o raio das esferas:



$\text{tg}\,30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{r}{\pi\sqrt{3}} \Rightarrow r = \pi\,\text{cm}$

$\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{y} \Rightarrow y = 2\pi\,\text{cm}$

$R = r + y = 3\pi\,\text{cm}$

Altura do cone: $h_c = 3R = 9\pi\,\text{cm}$

Raio da base do cone: $9\pi = \dfrac{2R_C\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R_C = 3\sqrt{3}\pi$ cm

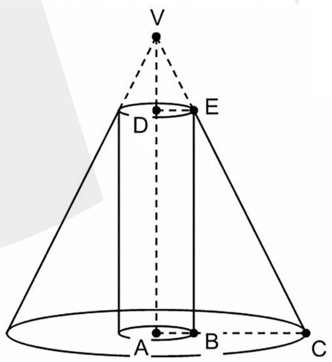
Volume do cone:

$V_c = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \left(3\sqrt{3}\pi\right)^2 \cdot 9\pi = \dfrac{1}{\cancel{3}}\pi \cdot 9 \cdot \cancel{3}\pi^2 \cdot 9\pi$

$\therefore V_c = 81\pi^4\,\text{cm}$

Resposta correta: A

14. Considere a figura.



Os triângulos VDE e VAC são semelhantes por AA. Logo, temos

$\dfrac{\overline{DV}}{\overline{AV}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{DV}}{40} = \dfrac{5}{20} \Leftrightarrow \overline{DV} = 10\text{cm}.$

Desse modo, vem $\overline{AD} = 40 - 10 = 30\text{cm}.$

A resposta é:

$\dfrac{1}{3}\pi \cdot 20^2 \cdot 40 - \dfrac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 10 - \pi \cdot 5^2 \cdot 30 = 4\ 500\pi\text{cm}^3.$

Resposta correta: A

15. A medida da aresta de cada cubo corresponde ao máximo divisor comum das dimensões do paralelepípedo, ou seja,

$$\begin{aligned} \operatorname{mdc}(60, 24, 18) &= \operatorname{mdc}(2^2 \cdot 3 \cdot 5, 2^3 \cdot 3, 2 \cdot 3^2) \\ &= 2 \cdot 3 \\ &= 6\,\text{cm}. \end{aligned}$$

Em consequência, a resposta é $\frac{60}{6} \cdot \frac{24}{6} \cdot \frac{18}{6} = 120.$

Resposta correta: E

16. Sejam **a** e **b** as medidas das arestas da base e **c** a medida da altura do contêiner original. Após as alterações, as dimensões passaram a ser 2a, 2b e **c**. Logo, a área de cada parede ficou multiplicada por 2, enquanto que a área do piso interno ficou multiplicada por 4. Em consequência, o construtor deverá escolher o fornecedor II.

Resposta correta: B

17. Como 300 mm = 3 dm, 400 mm = 4 dm e 600 mm = 6 dm, o volume de terra que o carrinho comporta é:

$$\frac{3}{3} \cdot (4^2 + \sqrt{4^2 \cdot 6^2} + 6^2) = 76\,\text{dm}^3.$$

Portanto, sendo 1,9 m³ = 1 900 dm³, tem-se que a resposta é

$$\frac{1\,900}{76} = 25.$$

Resposta correta: D

18. O segmento FE corresponde ao diâmetro do círculo circunscrito à base. Logo, segue que o lado do hexágono mede $\frac{80}{2} = 40\,\text{cm}.$

Ademais, o apótema da base mede $\frac{40\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}\,\text{cm}.$

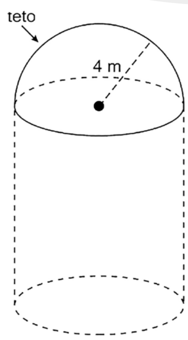
Considerando o triângulo retângulo cujos catetos são a altura da pirâmide e o apótema da base, e cuja hipotenusa é o apótema, A, da pirâmide, temos:

$$A^2 = 30^2 + (20\sqrt{3})^2 \Rightarrow A^2 = 2\,100 \Rightarrow A = 10\sqrt{21}\,\text{cm}.$$

A resposta é $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10\sqrt{21} = 200\sqrt{21}\,\text{cm}^2.$

Resposta correta: B

19. Calculando a área A do teto do reservatório, temos:



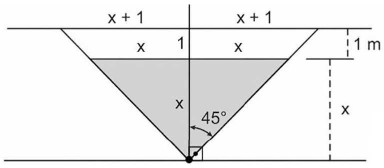
$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 4^2}{2} = 32 \cdot \pi \simeq 32 \cdot 3{,}1 = 99{,}2\,\text{m}^2$$

Portanto, o valor pedido para a construção deste teto será:

$$\text{valor} = 99{,}2 \cdot \text{R\$}\,300 = \text{R\$}\,29\,760{,}00$$

Resposta correta: E

20.



Calculando:

$$\frac{\pi \cdot (x+1)^2 \cdot (x+1)}{3} - \frac{\pi \cdot x^2 \cdot x}{3} = 19 \Rightarrow (x+1)^3 - x^3 = 19$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 - 19 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \ \text{(não convém)} \\ \text{ou} \\ x = 2 \end{cases}$$

Resposta correta: B

Jardel Almeida

EXERCÍCIOS DE SALA

1	2	3	4	5
D	E	C	D	D
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	E	B	E	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	C	A	A	D

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
A	D	B	D	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
C	C	A	C	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	*	A	B	B
16	**17**	**18**	**19**	**20**
C	B	A	D	C

EXERCÍCIOS DE SALA

RESOLUÇÕES:

1. Considerando que o assento da cadeira seja paralelo ao chão, temos o seguinte triângulo:

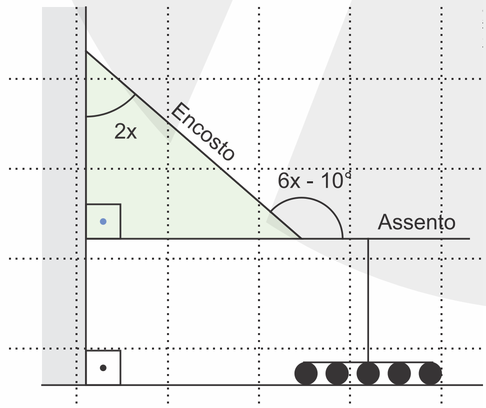


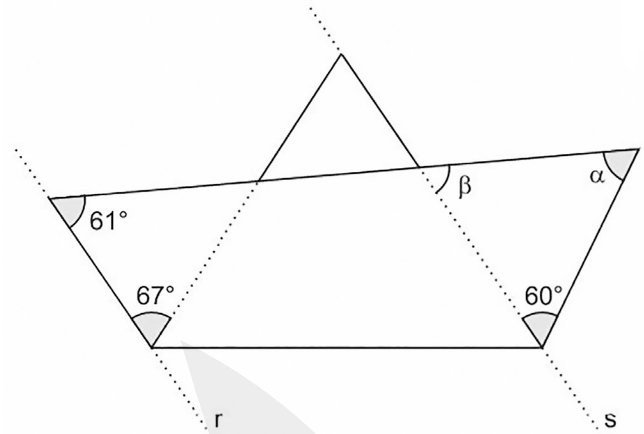
Figura 2

Utilizando o teorema do ângulo externo, obtemos:

$$6x - 10° = 2x + 90°$$
$$4x = 100°$$
$$x = 25°$$
$$\therefore\ 6x - 10° = 6 \cdot 25° - 10° = 140°$$

Resposta correta: D

2.

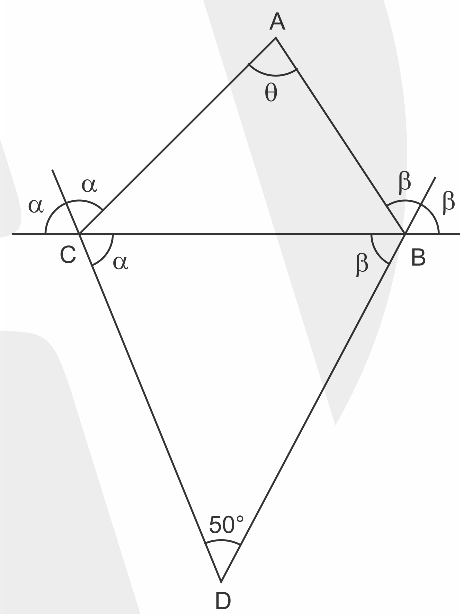


$r // s \Rightarrow \beta = 61°$

Logo, $\alpha + 61° + 60° = 180° \Rightarrow \alpha = 59°$.

Resposta correta: E

3.



No triângulo BCD:

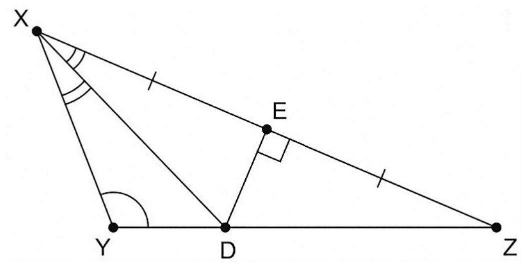
$$\alpha + \beta + 50° = 180°$$
$$\alpha + \beta = 130°$$

No triângulo ABC:

$$\theta + 180° - 2\alpha + 180° - 2\beta = 180°$$
$$\theta - 2(\alpha + \beta) = -180°$$
$$\theta - 2 \cdot 130° = -180°$$
$$\theta = -180° + 260°$$
$$\theta = 80°$$

Resposta correta: C

4. Considere a figura.



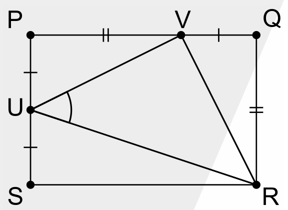
Desde que $\overline{XE} = \overline{EZ}$, DE é lado comum e $X\hat{E}D \equiv Z\hat{E}D$, podemos concluir que DEX e DEZ são congruentes por LAL. Em consequência, o triângulo DXZ é isósceles de base XZ e, portanto, temos $Y\hat{X}Z = 2 \cdot Y\hat{Z}X$.
Portanto, de imediato, segue que

$Z\hat{Y}X + Y\hat{X}Z + X\hat{Z}Y = 180° \Leftrightarrow 105° + 3 \cdot X\hat{Z}Y = 180°$

$\Leftrightarrow X\hat{Z}Y = 25°$.

Resposta correta: D

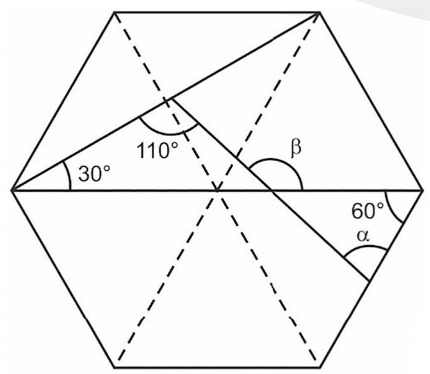
5. Considere a figura.



Sabendo que $\overline{VQ} = 1\,m$ e U é ponto médio de PS, temos $\overline{PV} = \overline{QR} = 2\,m$ e $\overline{PU} = 1\,m$. Em consequência, os triângulos PVU e QRV são congruentes por LAL. Portanto, segue que $U\hat{V}R$ é reto e, assim, o triângulo VRU é retângulo isósceles. A resposta é VÛR = 45°.

Resposta correta: D

6. Como o hexágono é regular, sabemos também os ângulos da figura abaixo.



Utilizando a propriedade dos ângulos externos, obtemos:

$\beta = 30° + 110° = 140°$

$140° = \alpha + 60° \Rightarrow \alpha = 80°$

Portanto: $\alpha + \beta = 220°$.

Resposta correta: B

7. **Observação:** Todo polígono regular é convexo.
Considerando que **e** é a medida do ângulo externo do polígono regular de **n** lados e $\frac{7e}{2}$ é a medida de seu ângulo interno, temos a seguinte equação:

i + e = 180°

$\frac{7e}{2} + e = 180°$

$7e + 2e = 360°$

$9e = 360°$

$e = 40°$

$\frac{360°}{n} = 40 \Rightarrow n = 9$

Portanto, o polígono citado é um eneágono regular.

Resposta correta: E

8. Considerando que cada ângulo interno do pentágono mede:

$$\frac{(5-3)\cdot 180°}{5} = 108°$$

Podemos escrever:

$y + 108° + 108° = 360° \Rightarrow y = 144°$

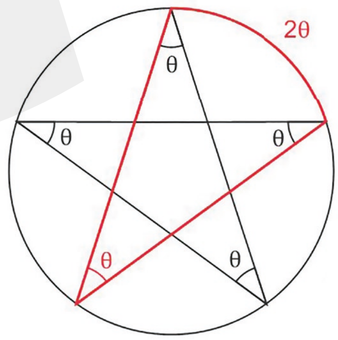
$x + y = 180°$ (ângulos consecutivos do losango) $\Rightarrow x = 36°$.

$z + 36° + 108° + 108° = 360° \Rightarrow z = 108°$

Portanto, x + y + z = 288°.

Resposta correta: B

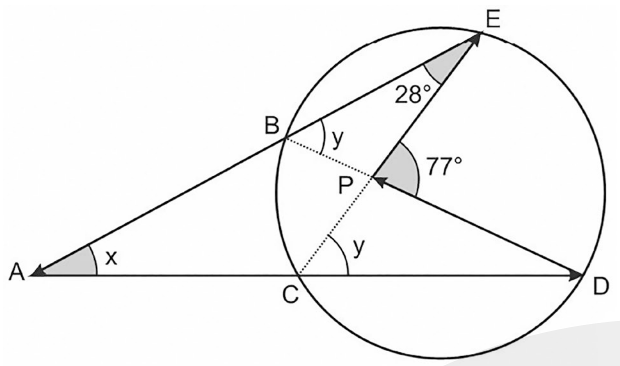
9. Pela propriedade do ângulo inscrito na circunferência, temos que:



$5\theta = \frac{360°}{2} \therefore 5\theta = 180°$

Resposta correta: E

10.



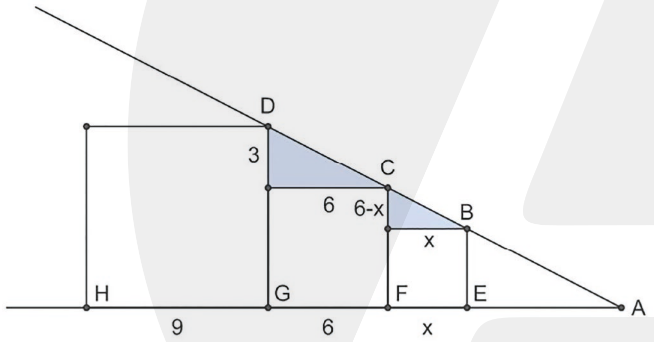
$E\hat{B}P = P\hat{C}D = y$ (ângulos inscritos e que determinam o mesmo arco)

No ΔPBE: $y + 28° = 77° \Rightarrow y = 49°$

No ΔAEC: $x + 28° = 49° \Rightarrow x = 21°$

Resposta correta: C

11. Os triângulos destacados são semelhantes.



Portanto:

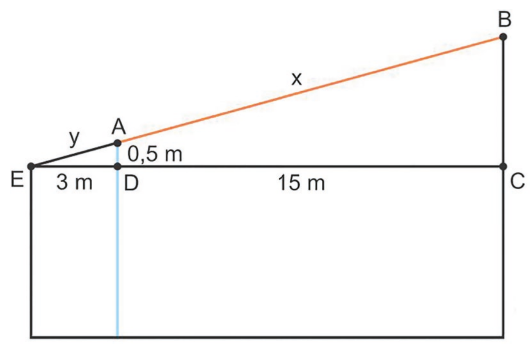
$\dfrac{3}{6-x} = \dfrac{6}{x} \Rightarrow 3x = 36 - 6x \Rightarrow 9x = 36 \Rightarrow x = 4$

Logo, a soma das áreas dos quadrados será dada por:

$9^2 + 6^2 + 4^2 = 133.$

Resposta correta: D

12. Aplicando o teorema de Pitágoras no ΔAED, obtemos:



$y^2 = 3^2 + 0{,}5^2$

$y = \sqrt{9{,}25} = \sqrt{\dfrac{925}{100}}$

$y = \dfrac{\sqrt{37}}{2}\,m$

Por semelhança de triângulos entre o ΔEAD e o ΔEBC, chegamos a:

$$\frac{x + \sqrt{37}/2}{\sqrt{37}/2} = \frac{18}{3}$$

$$3x + \frac{3\sqrt{37}}{2} = 9\sqrt{37}$$

$$3x = \frac{15\sqrt{37}}{2} \therefore x = 2{,}5\sqrt{37}\ m$$

Resposta correta: C

13. Calculando: $\cos A = \dfrac{4}{5}$

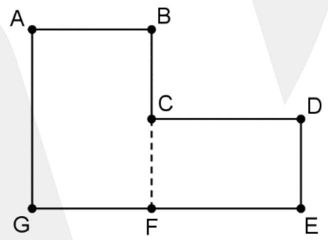
$$\left(\overline{MN}\right)^2 = 3^2 + 3^2 - 2\cdot 3\cdot 3\cdot \cos A = 18 - 18\cdot\frac{4}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\overline{MN}\right)^2 = 3{,}6 \Rightarrow \overline{MN} = \sqrt{3{,}6}$$

Resposta correta: A

14. A área de uma peça cerâmica é igual a $45 \cdot 60 = 2\,700\ cm^2$.

Considere a figura, em que $\overline{AB} = 12\,m$, $\overline{BC} = 9\,m$, $\overline{CD} = 15\,m$, $\overline{DE} = 9\,m$, $\overline{EG} = 27\,m$ e $\overline{GA} = 18\,m$.



Tem-se que:

$(ABFG) + (CDEF) = 12\cdot 18 + 15\cdot 9$

$= 351\,m^2 = 3\,510\,000\,cm^2.$

Logo, vem $n = \dfrac{3\,510\,000}{2\,700} = 1\,300.$

Por outro lado, supondo $\overline{AB} = 9\,m$, $\overline{BC} = 12\,m$, $\overline{CD} = 9\,m$, $\overline{DE} = 15\,m$, $\overline{EG} = 18\,m$ e $\overline{GA} = 27\,m$, temos $(ABFG) + (CDEF) = 9 \cdot 27 + 9 \cdot 15$

$= 378\ m^2 = 3\,780\,000\ cm^2.$

Assim, encontramos o outro possível valor de **n**, qual seja

$n = \dfrac{3\,780\,000}{2\,700} = 1\,400.$

Resposta correta: A

15. O hexágono DEFGHI é regular. De fato, pois $\overline{CH} = \overline{CG} = 1$ e $H\hat{C}G = 60°$ implicam em CHG equilátero. Assim, vem $F\hat{G}H \equiv G\hat{H}I = 120°$.

De forma inteiramente análoga, é possível determinar os outros lados e ângulos internos do hexágono. A área pedida corresponde à diferença entre a área do triângulo ADI e a área do segmento circular definido pela corda DI, ou seja,

$$\frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \left(\frac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}.$$

Resposta correta: D

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES:

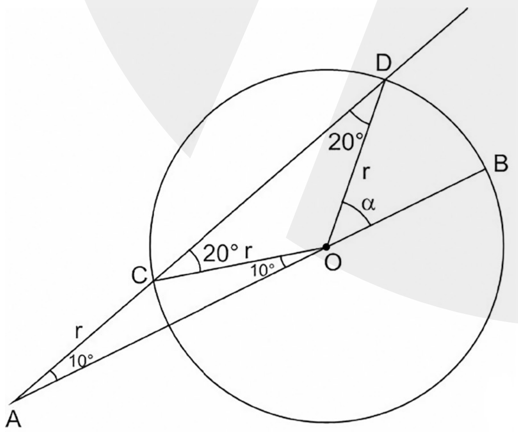
1. Para que a sombra tenha o mesmo formato e o mesmo tamanho do monumento, é necessário que o ângulo de incidência dos raios solares seja de 45°.

Resposta correta: A

2. CI = CD = DI = 5 e HB = HG = BG = 4 ⇒ BC = AB = AC = 13 + 4 + 5 = 22.
Portanto, AE = AF = EF = 22 – 7 – 5 = 10.
Logo, FG = 22 – 10 – 4 = 8.
Concluímos, então, que: EF + FG = 10 + 8 = 18.

Resposta correta: D

3. Do enunciado, temos a seguinte figura:



Note que o triângulo OAC é isósceles e sua base é o lado $\overline{AO}$.

Daí, como $O\hat{A}C = 10°, C\hat{O}A = 10°$.

O ângulo $D\hat{C}O$ é externo do triângulo ACO, logo,

$D\hat{C}O = 10° + 10°$

$D\hat{C}O = 20°$.

O triângulo OCD é isósceles, com OC = OD.

Então, $C\hat{D}O = 20°$.

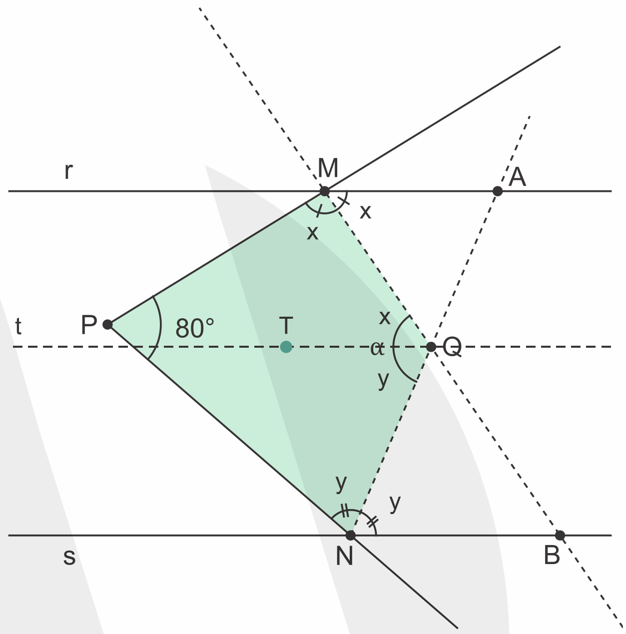
O ângulo $B\hat{O}D$ é externo do triângulo DOA, logo,

$\alpha = 10° + 20°$

$\alpha = 30°$.

Resposta correta: B

4.



Considerando a reta **t** paralela às retas **r** e **s**, obtemos:

$A\hat{M}Q = P\hat{M}Q = x$

$B\hat{N}Q = P\hat{N}Q = y$

$T\hat{Q}M = A\hat{M}Q = x$ (alternos internos)

$T\hat{Q}N = B\hat{N}Q = y$ (alternos internos)

Portanto, x + y = α.

No quadrilátero PMQN, temos:

$80° + x + y + \alpha = 360°$

$x + y + \alpha = 280°$

$\alpha + \alpha = 280°$

$2\alpha = 280°$

$\alpha = 140°$

Resposta correta: D

5. Sendo **a** e **b** as medidas dos retângulos de modelo I, pode-se calcular:

$3a = 15 \Rightarrow a = 5\,m$

$b + 1 = 2a \Rightarrow b + 1 = 10 \Rightarrow b = 9\,m$

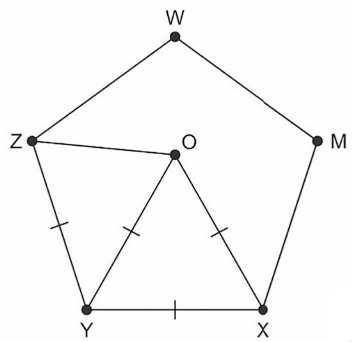
$x + 2a + b = 26 \Rightarrow x + 10 + 9 = 26 \Rightarrow x = 7\,m$

$2y + b = 15 \Rightarrow 2y + 9 = 15 \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$

$x - y = 7 - 3 = 4$

Resposta correta: B

6. Considere a figura.



Desde que o triângulo XYO é equilátero, temos $\overline{ZY} = \overline{OY} = \overline{YX} = \overline{XO}$. Ademais, como cada ângulo interno do pentágono regular MXYZW mede $\frac{180° \cdot (5-2)}{5} = 108°$, temos $Z\hat{Y}O = 108° - 60° = 48°$.

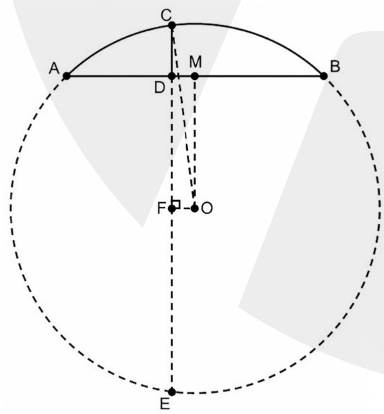
Por outro lado, sendo o triângulo YZO isósceles de base ZO, vem $Z\hat{O}Y = \frac{180° - 48°}{2} = 66°$.

A resposta é

$X\hat{O}Z = X\hat{O}Y + Z\hat{O}Y$
$= 60° + 66°$
$= 126°$.

Resposta correta: C

7. Considere a figura, em que M é o ponto médio da corda AB e O é o centro da circunferência de raio OC.



Pela potência do ponto D, temos

$\overline{CD} \cdot \overline{DE} = \overline{AD} \cdot \overline{DB} \Leftrightarrow 2 \cdot \overline{DE} = 4 \cdot 6 \Leftrightarrow \overline{DE} = 12$.

Logo, vem $\overline{CE} = \overline{CD} + \overline{DE} = 14$ e, assim, como F é ponto médio de CE, podemos concluir que $\overline{CF} = 7$. Finalmente, sendo $\overline{DM} = \overline{FO} = 1$, pelo Teorema de Pitágoras, encontramos $\overline{OC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{FO}^2 \Rightarrow \overline{OC}^2 = 7^2 + 1^2 \Rightarrow \overline{OC} = \sqrt{50}$.

Resposta correta: C

8. Considerando que a área do trapézio é 21 cm², podemos escrever que:

$\frac{(x+2+3x) \cdot x}{2} = 21$

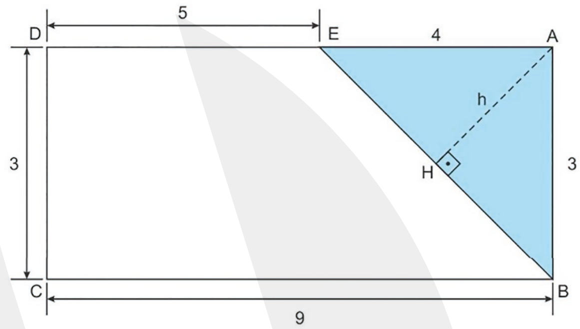
$(2x+1) \cdot x = 21$

$2x^2 + x - 21 = 0$

Resolvendo a equação, obtemos:

x = 3 ou $x = \frac{-7}{2}$ (não convém)

Considerando x = 3, temos a seguinte figura:



No triângulo ABE, temos:

$BE^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow BE = 5\,cm$

$4 \cdot 3 = BE \cdot h$

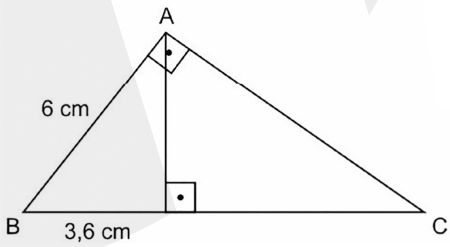
$12 = 5h$

$h = \frac{12}{5}\,cm$

Resposta: $\frac{12}{5}$ cm.

Resposta correta: A

9. Área da base ABC:



$6^2 = 3,6 \cdot \overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} = 10\,cm$

$10^2 = \overline{AC}^2 + 6^2 \Rightarrow \overline{AC} = 8\,cm$

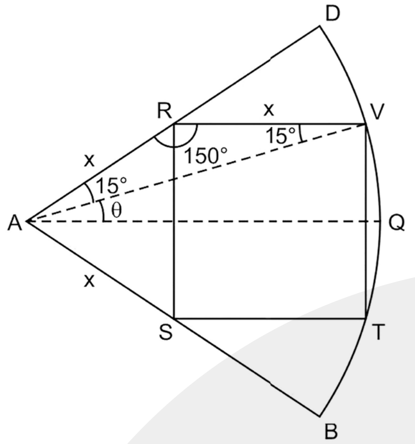
$A_{ABC} = \frac{6\,cm \cdot 8\,cm}{2} = 24\,cm^2$

Portanto, o volume do prisma vale:

V = 24 cm² · 5 cm = 120 cm³.

Resposta correta: C

10. Como $\hat{A} = 60°$ e $\overline{AR} = \overline{AS}$, o triângulo ARS é equilátero. Sendo $\overline{AR} = x$, temos:



$\theta = \dfrac{60°}{2} - 15° = 15°.$

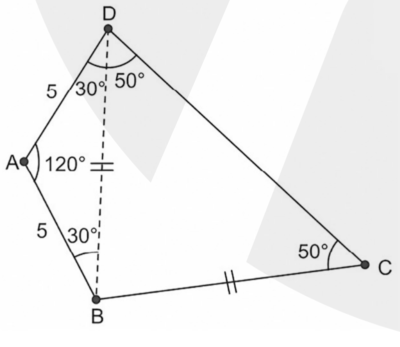
Sendo assim, $\overset{\frown}{BT} = \overset{\frown}{TQ} = \overset{\frown}{QV} = \overset{\frown}{VD}$. Portanto: $\dfrac{\overset{\frown}{TV}}{\overset{\frown}{BD}} = \dfrac{1}{2}$.

Resposta correta: A

11. Pelo teorema de Tales, segue que
$\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \dfrac{x}{90} = \dfrac{80}{100} \Leftrightarrow x = 72\,\text{m}.$

Resposta correta: C

12. Do enunciado e da figura:



Como BD = BC, o triângulo BDC é isósceles com $B\hat{C}D = B\hat{D}C = 50°$.

$A\hat{D}B = A\hat{D}C - B\hat{D}C$

$A\hat{D}B = 80° - 50°$

$A\hat{D}B = 30°$

Como o triângulo ABD é isósceles com AD = AB e $A\hat{D}B = 30°, A\hat{B}D = 30°$. No triângulo ABD:

$B\hat{A}D + 30° + 30° = 180°$

$B\hat{A}D = 120°$

Aplicando o teorema dos cossenos no triângulo ABD:

$(BD)^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 120°$

$(BD)^2 = 50 - 50 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$(BD)^2 = 75$

$(BD)^2 = 25 \cdot 3$

Como BD > 0:

$BD = 5\sqrt{3}$

$BD \cong 8{,}5\,\text{km}$

Como o custo por quilômetro é de R$ 500,00, o custo total é dado por:
8,5 · 500 reais
4 250 reais

Portanto, o custo total da instalação será de R$ 4 250,00.

13. Sabendo que a condição de existência de um triângulo é: a soma de dois lados quaisquer deve ser maior que o terceiro lado e o valor absoluto da diferença entre estes dois lados deve ser menor que o terceiro lado.
Dessa maneira, temos que a última afirmação é incorreta, pois 10 + 10 < 21 e não atende à condição necessária.
E mais:

$|10 - 8| < 6 < 10 + 8$

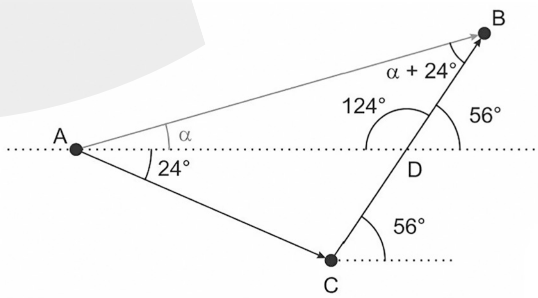
$|9 - 15| < 12 < 9 + 15$

$|12 - 15| < 12 < 12 + 15$

$|9 - 8| < 4 < 9 + 8$

Resposta correta: A

14. Sabendo que os dois lados descritos medem 30 cm, logo temos um triângulo isósceles e que D possui os ângulos suplementares 56° + 124°, considere a situação:



Igualando a soma dos ângulos internos do triângulo ADB a 180°, temos: $\alpha + 124 + \alpha + 24 = 180 \Rightarrow \alpha = 16°$.

Resposta correta: B

15. Se cada ângulo obtuso do losango mede 120°, então cada ângulo agudo mede $\frac{360°-2\cdot 120°}{2}=60°.$

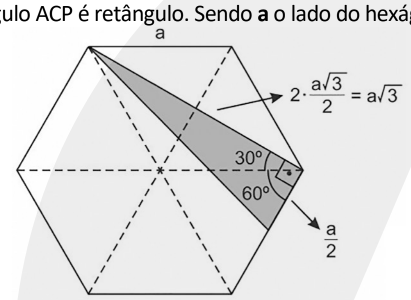
Seja R um dos vértices do losango cuja diagonal maior é PQ. Logo, vem $\overline{QR}=12\,\text{cm}$ e $P\hat{Q}R=30°.$ Portanto, sabendo que sen120° = 2n60°, pela Lei dos Senos, temos

$\frac{\overline{PQ}}{\text{sen}120°}=\frac{\overline{QR}}{\text{sen}30°}\Leftrightarrow PQ=12\sqrt{3}\,\text{cm}.$ Em consequência, sendo $\overline{QT}=12\cdot 2=24\,\text{cm},$ podemos concluir que

$(PQT)=\frac{1}{2}\cdot\overline{PQ}\cdot\overline{QT}=\frac{1}{2}\cdot 12\sqrt{3}\cdot 24=144\sqrt{3}\,\text{cm}^2.$

Resposta correta: B

16. O triângulo ACP é retângulo. Sendo **a** o lado do hexágono, temos:

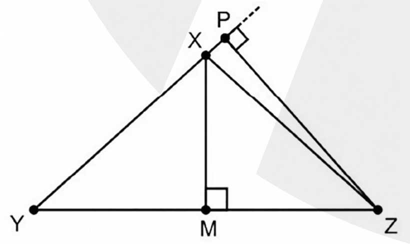


$$A_{ACP}=\frac{\frac{a}{2}\cdot a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{ABCDEF}=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\therefore\frac{A_{ACP}}{A_{ABCDEF}}=\frac{1}{6}$$

Resposta correta: C

17. Considere a figura, em que M é o ponto médio do lado YZ.



Se a mediatriz do lado YZ contém a mediana relativa ao vértice X, então XM é a altura relativa ao lado YZ, ademais, como os triângulos retângulos XMY e XMZ possuem catetos congruentes, segue que $\overline{XY}=\overline{XZ}=3\,\text{cm}.$

Sabendo que $\overline{MX}=2$ cm, pelo Teorema de Pitágoras, temos

$\overline{XY}^2=\overline{MX}^2+\overline{MY}^2\Rightarrow 3^2=2^2+\overline{MY}^2\Rightarrow\overline{MY}=\sqrt{5}$ cm.

Em consequência, sendo $\overline{YZ}^2>\overline{XY}^2+\overline{XZ}^2,$ podemos concluir que o triângulo XYZ é obtusângulo, com $Y\hat{X}Z$ obtuso. Tal fato implica em P externo a XY, conforme a figura acima. Portanto, vem $\frac{1}{2}\cdot\overline{YZ}\cdot\overline{XM}=\frac{1}{2}\cdot\overline{XY}\cdot\overline{PZ}\Leftrightarrow 2\sqrt{5}\cdot 2=3\cdot\overline{PZ}\Leftrightarrow\overline{PZ}=\frac{4\sqrt{5}}{3}\text{cm}.$

Tomando o triângulo PXZ, pelo Teorema de Pitágoras, encontramos

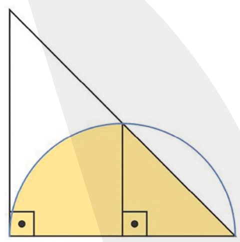
$$\overline{XZ}^2=\overline{PX}^2+\overline{PZ}^2\Rightarrow 3^2=\overline{PX}^2+\left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2\Rightarrow\overline{PX}=\frac{1}{3}\text{cm}.$$

A resposta é

$$(PYZ)=\frac{1}{2}\cdot\overline{PY}\cdot\overline{PZ}=\frac{1}{2}\cdot\left(3+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4\sqrt{5}}{3}=\frac{20\sqrt{5}}{9}\text{cm}^2.$$

Resposta correta: B

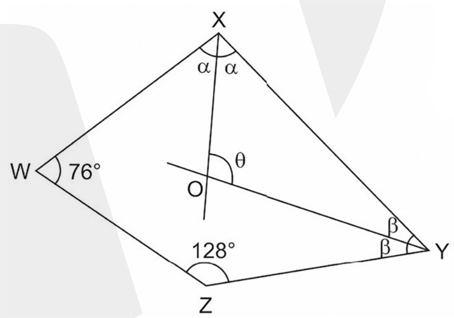
18. Para a resolução deste problema, devemos considerar o triângulo destacado como sendo retângulo e isósceles. A área que o animal de estimação poderá percorrer será composta por um triângulo retângulo isósceles com os catetos medindo 3 m e por um quarto de círculo de raio 3 m.



$$A=\frac{\pi\cdot 3^2}{4}+\frac{3\cdot 3}{2}\Rightarrow\boxed{A=\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{\pi}{2}+1\right)}$$

Resposta correta: A

19. Do enunciado, temos:



No quadrilátero WXYZ, temos:

$76°+128°+2\alpha+2\beta=360°$

$2\alpha+2\beta=156°$

$\alpha+\beta=78°$

No triângulo XOY, temos:

$\alpha+\beta+\theta=180°$

$78°+\theta=180°$

$\theta=102°$

$X\hat{O}Y=102°$

Resposta correta: D

20. Seja G o ponto de encontro das diagonais do quadrado ABCD. Como o triângulo BDE é equilátero, segue que $D\hat{B}E = 60°$. Além disso, dado que $\overline{AF} = \overline{AB}$ e $G\hat{A}B = 45°$, vem

$$A\hat{B}F \equiv A\hat{F}B = \frac{G\hat{A}B}{2} = 22,5°.$$

Portanto,

$$\alpha = A\hat{B}F + A\hat{B}D + D\hat{B}E$$
$$= 22,5° + 45° + 60°$$
$$= 127,5°.$$

Resposta correta: C

Klaiton Barbosa

EXERCÍCIOS DE SALA

1	2	3	4	5
C	B	E	C	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	B	E	B	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
E	B	C	C	A

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
D	C	B	A	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	A	B	A	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
C	A	D	C	B
16	**17**	**18**	**19**	**20**
A	D	B	D	B

RESOLUÇÕES:

EXERCÍCIOS DE SALA

1. Observe que o número de discos aumenta, em Progressão Aritmética de razão 4, em cada etapa.
(5, 9, 13, 17, ...)
Portanto, na etapa 200, teremos:
$a_{200} = a_1 + 199 \cdot r$
$a_{200} = 5 + 199 \cdot 4$
$a_{200} = 801$
Resposta: 801 discos.

Resposta correta: C

2. O custo de construção de cada metro do poço constitui uma progressão aritmética de primeiro termo 1 000 e razão 200, ou seja, $(1\,000, 1\,200, 1\,400, \ldots, 200n + 800, \ldots)$. Logo, se **n** é o número de metros construídos, então

$$48\,600 = \left(\frac{1\,000 + 200n + 800}{2}\right)n \Rightarrow n^2 + 9n - 486 = 0 \Rightarrow n = 18.$$

Resposta correta: B

3. O número de níveis da pilha é $\frac{200}{10} = 20$. Por conseguinte, como existem **n** latas no nível **n**, com **n** inteiro positivo e $n \leq 20$, segue que a resposta é dada por $\frac{1+20}{2} \cdot 20 = 210$.

Resposta correta: E

4. A soma pode ser reescrita como:
$S = -(1+3+5+...+99)+(2+4+6+...+100)$, em que ambos os termos equivalem à soma de uma PA de razão 2 e de 50 termos cada. Sendo assim, temos que:
$S = -\frac{(1+99)\cdot 50}{2} + \frac{(2+100)\cdot 50}{2}$
$S = -50\cdot 50 + 51\cdot 50$
$\therefore S = 50$

Resposta correta: C

5. O número de lados de cada polígono cresce segundo a progressão aritmética $(4, 6, 8, \ldots, 2n+2, \ldots)$.
Queremos calcular a_{100}. Logo, temos
$a_{100} = 2\cdot 100 + 2$
$= 202.$

Resposta correta: B

6. O número de acessos cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 152 e razão igual a 2. Queremos calcular a_{10}.
A resposta é
$a_{10} = a_5 + 5r$
$= 160 + 5\cdot 2$
$= 170.$

Resposta correta: B

7. Se todos os termos da progressão são positivos, então $2x > 0$ e $-3x + 1 > 0$ implicam em $0 < x < \frac{1}{3}$. Logo, vem
$(2x)^2 = 1\cdot(-3x+1) \Leftrightarrow 4x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$. Portanto, temos $(1, 2x, -3x+1, \ldots) = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^{n-1}}, \ldots\right)$, com $n \in \mathbb{N}^*$.
Como o primeiro termo é 1 e a razão é $\frac{1}{2}$, encontramos
$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2^{j-1}} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2.$$

Resposta correta: B

8. O número de pessoas contaminadas cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 100 e razão 1,2. Portanto, segue que a resposta é $100\cdot(1{,}2)^5 \cong 249$.

Resposta correta: E

9. Total de dias que faltam para terminar o ano de 2021:
$365 - (31+28+15) = 291.$
Total de dias de 2022 até 18 de junho:
$31+28+31+30+31+18 = 169.$
Total de dias até 18 de junho de 2022: $291 + 169 = 460.$
Sabemos que: $460 = 7\cdot 75 + 5$, ou seja, 75 semanas completas mais 5 dias.
O 455º será um domingo, portanto, o 460º dia será uma sexta-feira.

Resposta correta: B

10. O primeiro passo é calcular o mdc (220,120, 80) =20.

Concluímos que:
Para a revista *A cavalaria*, serão necessárias
220 : 20 = 11 prateleiras.
Para a revista *Jogos da amizade*, serão necessárias
120 : 20 = 6 prateleiras.
Para a revista *O infante*, serão necessárias
80 : 20 = 4 prateleiras.
Para a revista: *Matemática Viva*, serão necessárias
260 : 20 = 13 prateleiras.

Portanto, a única afirmação correta é a [E].

Resposta correta: E

11. O tempo a partir do início que os atletas levam para chegar ao mesmo lado da piscina é dado pelo mínimo múltiplo comum entre os tempos individuais para completar uma ida e uma volta:
$\text{mmc}(24, 30, 36, 50) = \text{mmc}\left(2^3\cdot 3,\ 2\cdot 3\cdot 5,\ 2^2\cdot 3^2,\ 2\cdot 5^2\right)$
$= 2^3\cdot 3^2\cdot 5^2 = 1\,800$
Ou seja, o encontro ocorre após 1 800s.
Sendo assim, o nadador mais rápido (o que leva 12s) terá nadado um total de:
$\Delta s = v\cdot\Delta t = \frac{20\,m}{12s}\cdot 1800s = 3\,000\,m$

Resposta correta: E

12. O número de bolas brancas cresce segundo a sequência $1, 4, 9, 16, \ldots, n^2, \ldots)$, enquanto que o número de bolas verdes cresce segundo a sequência $(4, 6, 8, 10, \ldots, 2n+2, \ldots)$, com **n** sendo o número da figura.
Portanto, o número da figura que terá a quantidade de bolas brancas superando a de bolas verdes em 286 é tal que
$n^2 = 2n + 2 + 286 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 288 = 0 \Rightarrow n = 18.$

Resposta correta: B

13. O número de palitos em cada etapa cresce segundo a sequência $(3, 5, 7, \ldots, 2n+1, \ldots)$, com $n \in \mathbb{N}^*$. A sequência é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 3$ e razão $r = 2$. Em consequência, temos $2n+1=245 \Leftrightarrow n=122$.

Resposta correta: C

14. Como:
$20 \div 7 \cong 2{,}9$
$1\,200 \div 7 \cong 171{,}4$
Podemos concluir que o menor e o maior número do intervalo são:
$7 \cdot 3 = 21$
$7 \cdot 171 = 1\,197$
O que nos fornece a seguinte PA de razão 7: (21, 28, 35, ..., 1 197)
E o seu número de termos é dado por:
$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$
$1\,197 = 21 + (n-1) \cdot 7$
$168 = n-1$
$\therefore n = 169$

Resposta correta: C

15. Considerando a P.G. (4, **s**, 36), podemos escrever que:
$s^2 = 4 \cdot 36 \Rightarrow s^2 = 144 \Rightarrow s = \pm 12$
Considerando que s > 0, temos: s = 12.
Considerando a P.A. (**r**, 4, **s**), podemos escrever que:
$$4 = \frac{r+s}{2} \Rightarrow 4 = \frac{r+12}{2} \Rightarrow r = -4$$
Portanto: rs = –4 · 12 = –48.

Resposta correta: A

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. A sequência descrita é uma progressão aritmética de razão igual a R$ 1,00 e o montante após 30s será:
$a_n = a_1 + (n-1)r$
$a_{30} = 1 + (30-1) \cdot 1$
$a_{30} = R\$\,30{,}00$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$S_{30} = \frac{(1+30) \cdot 30}{2}$$
$S_{30} = R\$\,465{,}00$
O que equivale a R$ 35,00 a menos que o valor da boneca.

Resposta correta: D

2. Seja **r** a razão da progressão aritmética, de tal sorte que $(a, b, 3, c) = (3-2r, 3-r, 3, 3+r)$.
Logo, como a soma de seus elementos é igual a 8, temos $3-2r+3-r+3+3+r=8 \Leftrightarrow r=2$.
A resposta é (–1) · 1 · 3 · 5 = –15.

Resposta correta: C

3. Temos que:
$a_3 + a_{18} = 256$
$a_1 + 2r + a_1 + 17r = 256$
$2a_1 + 19r = 256$
Logo:
$a_1 + a_{20} = a_1 + a_1 + 19r = 2a_1 + 19r = 256$
Portanto:
$$\log_4 (a_1 + a_{20})^2 = \log_4 (256)^2 = \log_4 (4^4)^2 = \log_4 4^8 = 8$$

Resposta correta: B

4. Determinando o total de peças, em cada mês, encontramos uma P.A. de razão 1,7:
$(37; 38{,}7; 40{,}4; 42{,}1; \ldots)$
Seu décimo primeiro termo será dado por:
$a_{11} = a_1 + 10 \cdot r$
$a_{11} = 37 + 10 \cdot 1{,}7$
$a_{11} = 54$
Resposta: 54 t.

Resposta correta: A

5. Cada linha L_n corresponde a uma progressão geométrica de primeiro termo 1 e razão 2. Logo, segue que a resposta é
$$1 \cdot \frac{2^{20}-1}{2-1} = 1\,048\,575.$$

Resposta correta: B

6. Tem-se que
$$a_5 = b_4 \Leftrightarrow \frac{3}{8} \cdot 5^4 = b_1 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3}{8} \cdot 5^4 = b_1 \cdot \frac{5^3}{2^3} \Leftrightarrow b_1 = 15.$$

Resposta correta: D

7. O número de bactérias a cada hora cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 2 e razão também igual a 2. Desse modo, a resposta é $a_{12} = 2 \cdot 2^{11} = 4\,096$.

Resposta correta: A

8. Os comprimentos das semicircunferências constituem a progressão geométrica $\left(\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \ldots\right)$. Logo, como a razão dessa progressão é $\frac{1}{2}$, segue que a resposta é $\frac{\pi}{1-\frac{1}{2}} = 2\pi.$

Resposta correta: B

9. Tem-se que $3^u \in \{3^3, 3^4, 3^5, 3^6\}$. Desse modo, vem

$3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 = 3^3 \cdot \frac{3^4 - 1}{3 - 1} = 1080.$

Resposta correta: A

10. As arestas dos cubos formam uma progressão geométrica de primeiro termo 1 e razão $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Logo, as áreas totais desses cubos formam uma progressão geométrica de primeiro termo 6 e razão $\frac{1}{3}$. Em consequência, podemos afirmar que a resposta é igual a $\frac{6}{1-\frac{1}{3}} = 9.$

Resposta correta: C

11. Tem-se que $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots$

$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \ldots = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2.$

Portanto, vem $\log_2 S = \log_2 2 = 1.$

Resposta correta: C

12. Cálculo do mínimo múltiplo comum (mmc) entre os denominadores das frações:

$\text{mmc}(3, 4, 5, 9) = \text{mmc}(3, 2^2, 5, 3^2) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

Sendo assim, podemos reescrever as frações como:

$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 36}{5 \cdot 36} = \frac{108}{180}$

$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 45}{4 \cdot 45} = \frac{45}{180}$

$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 60}{3 \cdot 60} = \frac{120}{180}$

$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 20}{9 \cdot 20} = \frac{100}{180}$

Portanto, a ordem que o aluno apresentou foi: $\frac{1}{4}; \frac{5}{9}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}.$

Resposta correta: A

13. Devemos determinar o MMC(15, 20, 25).

$$\begin{array}{ccc|c} 15 & 20 & 25 & 2 \\ 15 & 10 & 25 & 2 \\ 15 & 5 & 25 & 3 \\ 5 & 5 & 25 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$ minutos.

$300\,\text{min} = 5\,\text{horas}$

Resposta correta: D

14. Considerando que **n** é o número de ovos quebrados e que 200 < n < 400. Sabemos, pelas informações do problema, que n – 1 é múltiplo de 2, 3, 4, 5 e 6. Então, n – 1 é múltiplo do MMC(2, 3, 4, 5, 6) = 60.
Portanto, n – 1 poderá ser: 240 ou 300 ou 360 (múltiplos de 60 maiores que 200 e menores que 400).

$n - 1 = 240 \Rightarrow n = 241$ (não é múltiplo de 7)

$n - 1 = 300 \Rightarrow n = 301$ (é múltiplo de 7)

$n - 1 = 360 \Rightarrow n = 361$ (não é múltiplo de 7)

Temos, então, n = 301.
Portanto, o valor dos ovos quebrados será dado por:

$\frac{301}{7} \cdot 8{,}50 = \text{R\$}\ 365{,}50$

Resposta correta: C

15. Temos um total de 65 peças. Calculando o MDC entre 15, 20 e 30, obtemos 5. Portanto, o total de saquinhos para distribuir as peças será dado por: 65 ÷ 5 = 13.

Resposta correta: B

16. Calculando o MMC (12, 18, 20), obtemos 180 minutos, ou seja, 3 horas. Logo, o próximo horário em que os ônibus sairão juntos será: $13\text{h}20\text{min} + 3\text{h} = 16\text{h}20\text{min}.$

Resposta correta: A

17. Considerando que 3,36 m = 336 cm e que 4,0 m = 400 cm, podemos determinar a medida do maior lado para a peça de cerâmica quadrada calculando o MDC entre 336 e 400.
MDC (336, 400) = 16.
Número de peças utilizadas no comprimento: 400 : 16 = 25
Número de peças utilizadas na largura: 336 : 16 = 21
Portanto, o número de peças será dado por: 21 · 25 = 525.

Resposta correta: D

18. Os dois se encontrarão novamente após MMC (10, 12) = MMC ($2 \cdot 5$, $2^2 \cdot 3$) = 60 dias. Assim, como 60 = 8 · 7 + 4, podemos concluir que o próximo encontro ocorrerá numa quarta-feira.

Resposta correta: B

19. O número de acidentes a partir de 2014 decresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 900 e razão –50. Logo, como o número de acidentes em 2018 corresponde ao quinto termo dessa progressão, temos $900 + 4 \cdot (-50) = 700$.

Resposta correta: D

20. Calculando:

$$PA \Rightarrow 120, 115, 110, 105\ldots \Rightarrow r = -5$$

$$a_1 = 120$$

$$a_{20} = 120 + (20-1)\cdot(-5) = 25$$

$$S_{20} = \frac{(120+25)\cdot 20}{2} = 1\ 450 \text{ minutos}$$

Resposta correta: B

Robério Bacelar

EXERCÍCIOS DE SALA

1	2	3	4	5
E	C	A	D	E
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	B	C	C	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**
B	B	D	D	B

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
A	B	C	C	D
6	**7**	**8**	**9**	**10**
C	D	A	E	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	B	E	A	A
16	**17**	**18**	**19**	**20**
D	E	D	C	B

EXERCÍCIOS DE SALA

1. Sejam $a \leq b \leq c$ as notas das demais provas de Benedito. Para que a mediana das notas dele seja a maior possível, é necessário que as seis notas dadas sejam as menores possíveis. Portanto, as notas **a**, **b** e **c** são maiores ou iguais a 9. Assim, colocando em ordem crescente todas as notas, obtemos 3 – 5 – 5 – 7 – 8 – 9 – a – b – c. A mediana das notas é 8, independente dos valores de **a**, **b** e **c**. Desse modo, Benedito foi aprovado com mediana 8.

Resposta correta: E

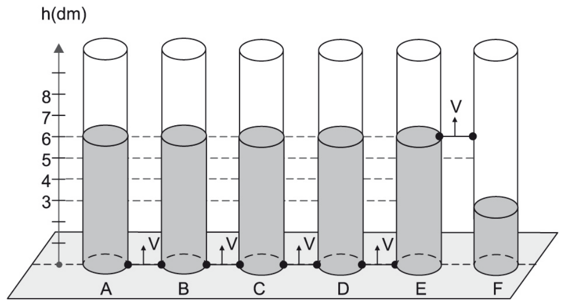
2. Deve-se demitir 10 funcionários que ganham R$ 3 600,00, pois, assim, a mediana será a média do 10º termo com o 11º termo, ou seja, $Md = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{2\ 000 + 3\ 600}{2} = \frac{5\ 600}{2} = 2\ 800$.

Resposta correta: C

3. O equilíbrio hidrostático dos cinco primeiros reservatórios ocorrerá na altura média entre eles. Portanto:

$$h_m = \frac{8+7+6+5+4}{5} = 6 \text{ dm}$$

Como o equilíbrio dos cinco primeiros tubos ocorre a 6 dm da superfície plana e a válvula de ligação entre o tubo E e o tubo F também está a 6 dm, não ocorrerá passagem de água entre estes dois tubos. Logo, o nível de água nos reservatórios de A a E é de 6 dm e o nível no reservatório F é de 3 dm. Segue a ilustração da situação final.



Resposta correta: A

4. A moda $m_o = 12$. A mediana é $m_d = \dfrac{125° + 126°}{2} = \dfrac{15+15}{2} = 15$.

Assim, $m_o + m_d = 12 + 15 = 27$.

Resposta correta: D

5. O desvio-padrão foi de 90 kg/talhão, assim:

$\dfrac{90 \text{ kg}}{30\,000 \text{ m}^2} = \dfrac{30 \text{ kg}}{10\,000 \text{ m}^2} = 30 \text{ kg/hectare} = 0{,}5 \text{ saca/hectare}.$

Assim, a variância será:

$\left(\dfrac{0{,}5}{\text{saca/hectare}}\right)^2 = 0{,}25\ (\text{saca/hectare})^2.$

Resposta correta: E

6. $3^{\frac{m-2n}{2}} = \left(3^{m-2n}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3^m \cdot 3^{-2n}} = \sqrt{3^m \cdot \dfrac{1}{\left(3^n\right)^2}} = \sqrt{a \cdot \dfrac{1}{b^2}} = \dfrac{\sqrt{a}}{b}$

Resposta correta: D

7. $250 \cdot (0{,}6)^t = 32{,}4 \Leftrightarrow 250 \cdot (0{,}6)^t = 32{,}4 \Leftrightarrow (0{,}6)^t = 0{,}1296 \Leftrightarrow (0{,}6)^t = (0{,}6)^4 \Leftrightarrow t = 4\text{h}.$

Resposta correta: B

8. Para $t = 0 \Rightarrow V(0) = 1\,000 \cdot 2^{0{,}0625 \cdot (0)} = 1\,000$. Logo, para $t = ? \Rightarrow V(t) = 2\,000$,

$\Rightarrow 2\,000 = 1\,000 \cdot 2^{0{,}0625 \cdot (t)} \Rightarrow 2^{0{,}0625 \cdot (t)} = 2$

$\Rightarrow 0{,}0625 \cdot (t) = 1 \Rightarrow t = 16.$

Resposta correta: C

9. Determinando $m_0 = c \cdot a^{-k \cdot 0} \Leftrightarrow m_0 = c$. Como, em 10 anos, m_0 foi reduzido para 0,2 m_0, temos: $0{,}2 \cdot m_0 = m_0 \cdot a^{-10k} \Rightarrow a^{-10k} = \dfrac{1}{5}$.

Em 10 anos:

$M(20) = m_0 \cdot a^{-20 \cdot k} = m_0 \cdot \left(a^{-10k}\right)^2 = m_0 \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^2 = 0{,}04 \cdot m_0.$

Correspondendo a 4% de m_0.

Resposta correta: C

10. Há dois pontos marcados no gráfico. Identificando-os com os valores assumidos na função, temos:

I. $f(0) = 960 \Rightarrow 960 = a \cdot b^0 \Rightarrow a \cdot 1 = 960 \Rightarrow a = 960$

II. $f(7) = 7{,}5 \Rightarrow 7{,}5 = 960 \cdot b^7 \Rightarrow \dfrac{75}{10} = 960 \cdot b^7$

$\Rightarrow b^7 = \dfrac{75}{10 \cdot (960)} = \dfrac{1}{2^7} \Rightarrow b^7 = \left(2^{-1}\right)^7 \Rightarrow b = \dfrac{1}{2}$

Calculando $f(4)$, temos: $f(4) = 960 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = 960 \cdot \dfrac{1}{16} = 60.$

Resposta correta: D

11. $\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\dfrac{n}{m}\right) = \log_b m + \log_b n + \log_b n - \log_b m$

$\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\dfrac{n}{m}\right) = 2\log_b n$

Como $\log_b n = y$, $\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\dfrac{n}{m}\right) = 2y.$

Resposta correta: B

12. $x = \log_n\left[\log_n\left(\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}}}\right)\right] = \log_n\left[\log_n\left(\sqrt[n^4]{n}\right)\right] =$

$= \log_n\left[\log_n n^{\frac{1}{n^4}}\right] = \log_n\left[\dfrac{1}{n^4}\right] = \log_n n^{-4} \Rightarrow x = -4$

Resposta correta: B

13. Do enunciado, temos:

$\log E = 11{,}8 + 1{,}5 \cdot 8{,}2$

$\log E = 24{,}1$

$E = 10^{24{,}1} \cong 10^{24}$

Resposta correta: D

14. Tem-se que $R = \log\left(\dfrac{A}{A_0}\right) \Leftrightarrow \dfrac{A}{A_0} = 10^R \Leftrightarrow A = A_0 \cdot 10^R$.

Logo, se A_j e A_a são, respectivamente, as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina, então

$\dfrac{A_j}{A_a} = \dfrac{A_0 \cdot 10^9}{A_0 \cdot 10^7} = 100.$

Resposta correta: D

15. Desde que **x** é um número inteiro positivo, temos:

$\log_2(-x^2 + 32) = 4 \Leftrightarrow -x^2 + 32 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4.$

Resposta correta: B

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Média $= \frac{23+19+16+13\cdot 3+12+10+9\cdot 2}{10} = 13,7;$

   Moda $= 13$; Mediana $= 13$.

   Resposta correta: A

2. Salário Médio = $\frac{900 \cdot 40 + 2\,500 \cdot 8 + 5\,000 \cdot 2}{40+8+2} = 1\,240$ reais.

   Resposta correta: B

3.

Jogador	Número mínimo de pontos por partida	Número máximo de pontos por partida	Variação
A	9	31	22
B	15	25	10
C	18	23	5
D	16	24	8
E	17	24	7

O jogador de maior regularidade é o C.

Resposta correta: C

4. A equipe campeã é a que possui menor desvio-padrão, ou seja, a equipe III.

   Resposta correta: C

5.

$\frac{40}{2} = 20$

I. Mediana = 2,5 = $\frac{(20º\ \text{termo}) + (21º\ \text{termo})}{2}$

II. Rol:

$$\overbrace{0;\dots;0}^{4}\ ;\ \overbrace{1;\dots;1}^{6}\ ;\ \underbrace{\overbrace{2;\dots;2}^{x}\ ;\ \overbrace{3;3;3}^{3}}\ ;\ \overbrace{4;\dots;4}^{y}\ ;\ \overbrace{5;\dots;5}^{z}$$

20º

Mediana=2,5 = $\frac{2+3}{2}$

III. 4 + 6 + x = 20 $\Rightarrow$ x = 10

IV. 4 + 6 + 10 + 3 + y + z = 40 $\Rightarrow$ y + z = 17

V. Média = $\frac{4\cdot 0 + 6\cdot 1 + 10\cdot 2 + 3\cdot 3 + y\cdot 4 + z\cdot 5}{40} = 2,6$

6 + 20 + 9 + 4y + 5z = 104

4y + 5z = 69

Daí:

$$\begin{cases} 4y + 5z = 69 \\ y + z = 17 \end{cases} \Rightarrow z = 1 \text{ e } y = 16$$

Logo, a moda é 4 (aparece 16 vezes).

Resposta correta: D

6. Completando o quadrado, vem

$$(5^x)^2 - 26\cdot 5^x + 25 = 0 \Leftrightarrow (5^x - 13)^2 = 144$$
$$\Leftrightarrow 5^x - 13 = \pm 12$$
$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} 5^x = 5^2 \\ \text{ou} \\ 5^x = 5^0 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 0.$$

Portanto, a resposta é 0 + 2 = 2.

Resposta correta: C

7. Pode-se reescrever a equação abaixo utilizando as propriedades da potenciação:

$$3^x - \frac{3^x}{3} + \frac{3^x}{3^3} - \frac{3^x}{3^4} = 56$$
$$\frac{81\cdot 3^x - 27\cdot 3^x + 3\cdot 3^x - 3^x}{81} = \frac{4\,536}{81}$$
$$81\cdot 3^x - 27\cdot 3^x + 3\cdot 3^x - 3^x = 4\,536$$

Fazendo $3^x = y$, pode-se escrever:

$$81y - 27y + 3y - y = 4\,536$$
$$56y = 4\,536$$
$$y = 81$$

Como $3^x = y$, tem-se:

$$y = 3^x = 81$$
$$x = 4$$

Resposta correta: D

8. De acordo com as informações, temos:

$$\begin{cases} v(10) = v_0 \cdot 2^{-0,2\cdot(10)} \\ v(10) = 12\,000 \end{cases} \Rightarrow v_0 \cdot 2^{-2} = 12\,000$$

$$\Rightarrow \frac{v_0}{4} = 12\,000 \Rightarrow v_0 = (4)\cdot(12\,000) = 48\,000.$$

Resposta correta: A

9. A referida função seria uma exponencial decrescente do tipo $f(x) = k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

   Resposta correta: E

10. O número de unidades produzidas cresce segundo uma progressão geométrica de razão q = 1 + 0,5 = 1,5 e primeiro termo igual a 8 000. Portanto, a equação que determina o número de unidades produzidas P, em função de **t**, para $t \geq 1$, é $P(t) = 8\,000 \cdot (1,5)^{t-1}$.

    Resposta correta: E

11. A população inicial é $p(0)=40\cdot 2^{3\cdot 0}=40$. A população após 20 minutos $\left(\frac{1}{3}\,h\right)$ será $p\left(\frac{1}{3}\right)=40\cdot 2^{3\cdot\frac{1}{3}}=80$. Portanto, a população duplicará.

Resposta correta: D

12. Como crescem 7,5 m após o plantio e a altura inicial é de 0,5 m, a altura no momento do corte será de 8 m.
    I. $y(t)=a^{t-1}\Rightarrow y(0)=a^{0-1}\Rightarrow 0,5=a^{-1}\Rightarrow a=2.$
    II. $8=2^{t-1}\Rightarrow 2^3=2^{t-1}\Rightarrow t=4.$

Resposta correta: B

13. $N_0=\dfrac{20\,000}{1+19\cdot(0,5)^0}\Rightarrow N_0=1\,000$

$$N_t=\frac{20\,000}{1+19\cdot(0,5)^t}=5\cdot 1\,000\Rightarrow\frac{4}{1+19\cdot(0,5)^t}=1\Rightarrow(0,5)^t=\frac{3}{19}$$

$$t=\log_{0,5}\left(\frac{3}{19}\right)=\frac{\log_{10}\left(\frac{3}{19}\right)}{\log_{10}\left(\frac{5}{10}\right)}=\frac{\log 3-\log 19}{(\log 5)-1}\Rightarrow t=\frac{\log 19-\log 3}{1-\log 5}$$

Resposta correta: E

14. $40=36\cdot 10^{\frac{t}{100}}$

$10^{\frac{t}{100}}=\dfrac{40}{36}$

$10^{\frac{t}{100}}=\dfrac{10}{9}$

$\log 10^{\frac{t}{100}}=\log\dfrac{10}{9}$

$\dfrac{t}{100}\cdot\log 10=\log 10-\log 9$

$\dfrac{t}{100}\cdot 1=1-0,95$

$t=100\cdot 0,05$

$t=5\,\text{horas}$

Resposta correta: A

15. Número inicial no visor = x
    Tecla $B=5x$
    Tecla $A=\log_{10}(5x)$
    Tecla $B=5\cdot\left(\log_{10}(5x)\right)=10\Rightarrow\log_{10}(5x)=2\Rightarrow 5x=10^2$
    $\Rightarrow x=\dfrac{100}{5}=20$

Resposta correta: A

16. Inicialmente, perceba que 10 bilhões = 10 000 000 000 = 10^{10}. Ao apertar a
    - primeira vez, encontramos log 10^{10} = 10log 10 = 10;
    - segunda vez, encontramos log 10 = 1;
    - terceira vez, encontramos log 1 – 0;
    - quarta vez, encontramos log 0, que vai dar ERRO.

Resposta correta: D

17. Seja a função $p:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}$, dada por $p(t)=p_0\cdot(1,02)^t$, com p(t) sendo a população do país após **t** anos. Logo, como queremos calcular **t** para o qual se tem $p(t)=2\cdot p_0$, vem

$$\begin{aligned}2\cdot p_0=p_0\cdot(1,02)^t&\Leftrightarrow\log(1,02)^t=\log 2\\&\Leftrightarrow t\cdot\log(1,02)=\log 2\\&\Leftrightarrow t=\frac{\log 2}{\log 1,02}\\&\Rightarrow t\cong\frac{0,301}{0,0086}\\&\Leftrightarrow t=35.\end{aligned}$$

Resposta correta: E

18. A temperatura, T, da liga após **t** horas é dada por $T=3\,000\cdot(0,99)^{2t}$. Por conseguinte, o tempo necessário para que a temperatura da liga atinja 30 °C é tal que

$$\begin{aligned}3\,000\cdot(0,99)^{2t}=30&\Leftrightarrow\left(\frac{3^2\cdot 11}{10^2}\right)^{2t}=\frac{1}{100}\\&\Leftrightarrow\log\left(\frac{3^2\cdot 11}{10^2}\right)^{2t}=\log 10^{-2}\\&\Leftrightarrow 2t\cdot(2\cdot\log 3+\log 11-2\cdot\log 10)=-2\\&\Rightarrow t\cdot(2\cdot 0,477+1,041-2)\cong -1\\&\Rightarrow t\cong\frac{1}{0,005}\\&\Rightarrow t\cong 200.\end{aligned}$$

Resposta correta: D

19. Tem-se que

$$M=\frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right)\Leftrightarrow\log\left(\frac{E}{E_0}\right)=\frac{3M}{2}\Leftrightarrow\frac{E}{E_0}=10^{\frac{3M}{2}}.$$

Daí, como $M_1=9$ e $M_2=7$, vem $E_1=E_0\cdot 10^{\frac{27}{2}}$ e $E_2=E_0\cdot 10^{\frac{21}{2}}$. Portanto, segue que

$$E_1=E_0\cdot 10^{\frac{27}{2}}=E_0\cdot 10^{\frac{21}{2}}\cdot 10^{\frac{6}{2}}=10^3\cdot E_2.$$

Resposta correta: C

20. $R=\frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right)\Leftrightarrow 8{,}9=\frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right)\Leftrightarrow \log\left(\frac{E}{E_0}\right)=13{,}35\Leftrightarrow$

$\log E-\log E_0=13{,}35\Leftrightarrow \log E=13{,}35+\log\left(7\cdot 10^{-3}\right)\Leftrightarrow$

$\log E=13{,}35+\log 7+\log 10^{-3}\Leftrightarrow$

$\log E=13{,}35+0{,}84-3\log 10\Leftrightarrow \log E=13{,}35+0{,}84-3\Leftrightarrow$

$\log E=11{,}19\Leftrightarrow E=10^{11{,}19}$.

Resposta correta: B

Thiago Pacífico

EXERCÍCIOS DE SALA

1	2	3	4	5
C	B	A	B	E
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	C	C	D	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	D	D	D	E

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
B	B	A	C	A
6	**7**	**8**	**9**	**10**
C	B	C	C	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**
E	E	E	C	D
16	**17**	**18**	**19**	**20**
D	A	C	E	A

RESOLUÇÕES:

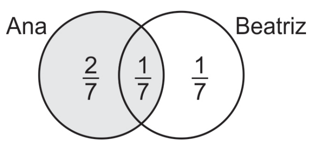
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1.
- Primeira posição: 3, 4, 5, 6, 7;
- Quarta posição: apenas um modo (igual à terceira posição);
- Quinta posição: apenas um modo (igual à segunda posição);
- Sexta posição: apenas um modo (igual à primeira posição).

5 x 9 x 8 x 1 x 1 x 1 = 360

Resposta correta: B

2.
- Ana = $\frac{3}{7}$
- Beatriz = $\frac{2}{7}$
- Ana e Beatriz = $\frac{1}{7}$



$$P(\text{Ana + Beatriz}) = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}+\frac{1}{7}}=\frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}}=\frac{1}{3}.$$

Resposta correta: B

3.

I.

			A

$5 \times 5 \times 4 = 100$

II.

			B

$5 \times 5 \times 4 = 100$

III.

			C

$5 \times 5 \times 4 = 100$

IV.

			D

$6 \times 5 \times 4 = 100$

Logo: (I) ou (II) ou (III) ou (IV) = 100 + 100 + 100 + 120 = 420.

Resposta correta: A

4. I. 1 homem e 2 mulheres:

$$C_{4,1} \times C_{6,2} = 4 \times \frac{6!}{(6-2)!\ .\ 2!} = 4 \times \frac{6\ .\ 5\ .\ 4!}{4!\ .\ 2\ .\ 1} = 4 \times 15 = 60$$

II. 2 homens e 1 mulher:

$$C_{4,2} \times C_{6,1} = \frac{4!}{(4-2)!\ .\ 2!} \times 6 = \frac{4\ .\ 3\ .\ 2!}{2!\ .\ 2\ .\ 1} \times 6 = 6 \times 6 = 36$$

Logo: 60 + 36 = 96.

Resposta correta: C

5.

Marcela					

$$\underbrace{\hspace{5cm}}_{C_{13,5}}$$

$$C_{13,5} = \frac{13!}{5!\ .\ 8!} = \frac{13\ .\ 12\ .\ 11\ .\ 10\ .\ 9\ .\ 8!}{5\ .\ 4\ .\ 3\ .\ 2\ .\ 1\ .\ 8!} = 1\,287.$$

Resposta correta: A

6. Sabe-se que 70% das mulheres não se cumprimentam, isto é, de trinta mulheres, vinte e uma não se cumprimentam. Nesse caso, para calcularmos o número de apertos de mãos possíveis, é suficiente calcular o número total M de escolhas de duas pessoas entre as 80 disponíveis (50 homens e 30 mulheres) e, deste resultado, subtrair o número total N de escolhas de duas pessoas entre as vintes e uma mulheres que não se cumprimentam. Nesse caso, temos:

- **Cálculo de M**

De 80 pessoas disponíveis, temos que o número M de escolhas de duas pessoas deste grupo é dado pelo número de combinações simples de 80 elementos tomados 2 a 2. Assim, temos que:

$$M = C_{80,2} = \frac{80!}{2! \cdot 78!} = 3\,160.$$

- **Cálculo de N**

De 21 pessoas disponíveis, temos que o número N de escolhas de duas pessoas deste grupo é dado pelo número de combinações simples de 21 elementos tomados 2 a 2. Assim, temos que:

$$N = C_{21,2} = \frac{21!}{2! \cdot 19!} = 210.$$

Logo, o número de apertos de mãos possíveis, nas condições do problema, é dado por:
M – N = 3 160 – 210 = 2 950.

Resposta correta: C

7. Cabelos loiros $\begin{cases} \text{18 possuem olhos azuis} \\ \text{8 possuem olhos castanhos} \end{cases}$

Cabelos pretos $\begin{cases} \text{9 possuem olhos azuis} \\ \text{9 possuem olhos castanhos} \end{cases}$

Cabelos ruivos $\begin{cases} \text{4 possuem olhos azuis} \\ \text{2 possuem olhos castanhos} \end{cases}$

Total de pessoas com olhos castanhos = 8 + 9 + 2 = 19

Prob. = $\frac{8}{19} + \frac{2}{19} = \frac{10}{19}$.

Resposta correta: B

8. P(genética) = 1%
P(não genética) = 99%

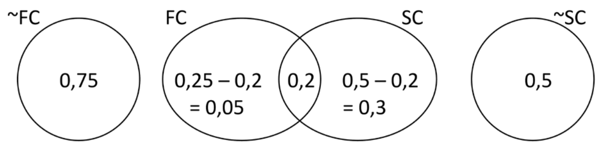
gen.	~gen.	~gen.

$$\frac{1}{100} \times \frac{99}{100} \times \frac{99}{100} \times 3 = \frac{29\,403}{1\,000\,000} = 0{,}029403 = 2{,}94\%.$$

Possibilidade

Resposta correta: C

9.



Logo:
P(~FC) = 0,75
P(FC) = 0,25
P(SC) = 0,5
P(~SC) = 0,5
P(FC ∩ SC) = 0,2
P(FC ∩ ~SC) = 0,05
P(~FC ∩ SC) = 0,3

a) P(FC ∩ ~SC) + P(~FC ∩ SC) + P(FC ∩ SC) = 0,05 + 0,3 + 0,2 = 0,55.
b) P(FC) = 0,25.
c) P(SC ∩ ~FC) = 0,3.
d) P(FC ∩ ~SC) = 0,05.
e) P(~SC) = 0,5.

Resposta correta: C

10. I. Com João e sem a esposa:

João		

$$C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!.2!} = \frac{4.3.2!}{2!.2.1} = 6$$

II. Com esposa e sem João:

Esposa		

$$C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!.2!} = \frac{4.3.2!}{2!.2.1} = 6$$

III. Sem João e sem a esposa:

$$C_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!.3!} = \frac{4.3!}{1.3!} = 4$$

IV. Total:

$$C_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!.3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!.3.2.1} = 20$$

P(João ou sua esposa) = P(João) + P(esposa) + P(sem João e sem a esposa) $= \frac{6+6+4}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

Resposta correta: D

11.

$A = \frac{6}{10}$
- atrasou $= \frac{4}{10}$ ⟶ $\frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{24}{100} = 24\%$
- não atrasou $= \frac{6}{10}$ ⟶ $\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{36}{100} = 36\%$

$B = \frac{4}{10}$
- atrasou $= \frac{3}{10}$ ⟶ $\frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{12}{100} = 12\%$
- não atrasou $= \frac{7}{10}$ ⟶ $\frac{4}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{28}{100} = 28\%$

Ana não se atrasou: 36% + 28% = 64%
Ana não atrasou e escolheu o trajeto B: 28%

Prob. $= \frac{28\%}{64\%} = \frac{28}{64} = \frac{7}{16}$.

Resposta correta: E

12. P(A) = 80%
P(B) = 20%
P(A doença) = 5%
P(B doença) = 40%

$$A = \frac{80}{100} \rightarrow \frac{5}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{400}{10\,000} = \frac{4}{100}$$

$$B = \frac{20}{100} \rightarrow \frac{40}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{800}{10\,000} = \frac{8}{100}$$

$$P(B|\text{doença}) = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{4}{100} + \frac{8}{100}} = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{12}{100}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Resposta correta: E

13. Vende: 0,4 = 40%
Não vende: 0,6 = 60%

1ª Solução:
Calcula-se o que não pode:

~ven	~ven	~ve

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{216}{1\,000}$$

Então: $1 - \frac{216}{1\,000} = \frac{784}{1\,000} = 0{,}784$.

2ª Solução:

possibilida-

ven-	ven-	ven

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{64}{1\,000}.$$

vende	não vende	não vende

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times 3 = \frac{432}{1\,000}.$$

vende	vende	não vende

possibilida-

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times 3 = \frac{288}{1\,000}.$$

Então: $\frac{64}{1\,000} + \frac{432}{1\,000} + \frac{288}{1\,000} = \frac{784}{1\,000} = 0{,}784.$

Resposta correta: E

14.

1º Jogador	2º Jogador	3º Jogador	4º Jogador

$$\underbrace{}_{C_{28,7}} \times \underbrace{}_{C_{21,7}} \times \underbrace{}_{C_{14,7}} \times \underbrace{}_{C_{7,7}}$$

$C_{28,7} \times C_{21,7} \times C_{14,7} \times C_{7,7} = \frac{28!}{7!\,.\,21!} \square \frac{21!}{7!\,.\,14!} \square \frac{14!}{7!\,.\,7!} \square 1 = \frac{28!}{(7!)^4}$

Resposta correta: C

15. O número de opções que eles terão para escolher seus respectivos armários é igual ao arranjo de 8 armários 2 a 2. Ou seja:

$A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56.$

Resposta correta: D

16. Há $\binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} = 220$ maneiras de escolher três pontos quaisquer. Dentre essas possibilidades, devemos descontar aquelas em que não se pode formar um triângulo. Temos dois segmentos de reta que apresentam quatro pontos cada um, resultando, portanto, em $2 \cdot \binom{4}{3} = 2 \cdot 4 = 8$ possibilidades.

A resposta é $220 - 8 = 212.$

Resposta correta: D

17. Para ir de P a R, por qualquer trajeto, há 8 segmentos horizontais e 3 verticais. Assim, o número de caminhos possíveis é igual a $P_{11}^{(8,\,3)} = \frac{11!}{8! \cdot 3!} = 165.$

Por outro lado, para ir de P a R, passando por Q, existem

$P_6^{(5)} \cdot P_5^{(3,\,2)} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 60$ possibilidades.

Em consequência, a resposta é $165 - 60 = 105.$

Resposta correta: A

18. Considerando o caso em que os círculos A e C possuem cores distintas, têm-se 3 maneiras de escolher a cor do círculo A, 2 maneiras de escolher a cor do círculo C, 1 maneira de escolher a cor do círculo B e 1 maneira de escolher a cor do círculo D. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, existem $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6$ possibilidades.

Por outro lado, se A e C possuem a mesma cor, então, existem 3 modos de escolher a cor comum, 2 maneiras de escolher a cor do círculo B e 2 modos de escolher a cor do círculo D. Daí, pelo Princípio Multiplicativo, têm-se $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ possibilidades.

Em consequência, pelo Princípio Aditivo, a resposta é $6 + 12 = 18.$

Resposta correta: C

19. Os filhos poderão ser:

Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.

Logo, a probabilidade será $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

$\frac{3}{8}$ = 0,375 = 37,5%.

Resposta correta: E

20. Calculando:

$$P(x) = P_{10}^{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3^9} = \frac{10 \cdot 2}{3^{10}}.$$

Resposta correta: A

OSG: 4823/22