



Cursos de Férias



2025

Matemática e suas Tecnologias

GABARITOS

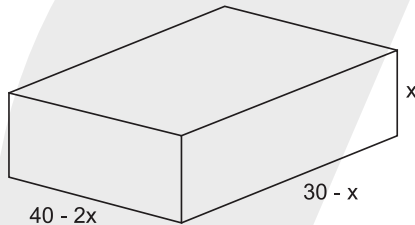
Matemática

▶ Alfredo Castelo

EXERCÍCIOS DE SALA				
1	2	3	4	5
D	B	B	C	B
6	7	8	9	10
A	A	E	D	B
11	12	13	14	15
C	D	C	C	A

COMENTÁRIOS:

1. As dimensões do paralelepípedo (em cm) estão representadas na figura abaixo.



Sendo assim, o valor de x é:

$$2[(40 - 2x)(30 - x) + x(40 - 2x) + x(30 - x)] = 1\ 698$$

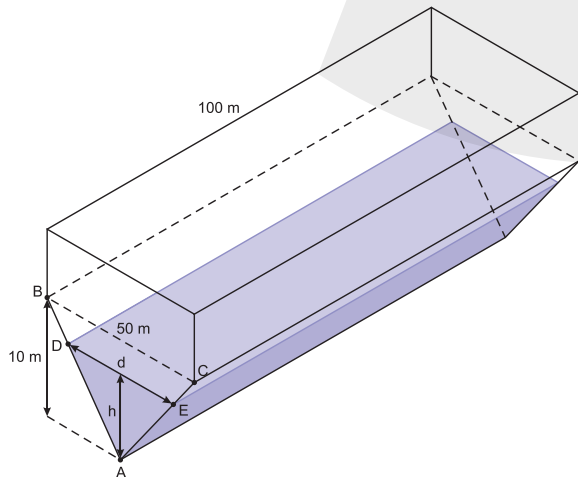
$$1\ 200 - 40x - 60x + 2x^2 + 40x - 2x^2 + 30x - x^2 = 849$$

$$x^2 + 30x - 351 = 0$$

$$x = \frac{-30 + \sqrt{2\ 304}}{2} = \frac{-30 + 48}{2} \therefore x = 9\text{ cm}$$

2. Por semelhança entre os triângulos ABC e ADE, temos:

$$\frac{h}{10} = \frac{d}{50} \Rightarrow d = 5h$$



Logo:

$$\frac{5h \cdot h}{2} \cdot 100 = 16\ 000$$

$$h^2 = 64 \therefore h = 8\text{ m}$$

3. Como o tanque demora 12 horas para ser enchido e o tempo de enchimento de cada compartimento é proporcional ao seu volume, concluímos que o tempo necessário para encher o primeiro compartimento até uma altura de $\frac{H}{2}$ é de:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12h = 2\text{ horas}$$

Analogamente, o tempo necessário para encher o segundo e o terceiro compartimentos, até uma altura de $\frac{H}{2}$, é de:

$$\Delta t_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12h = 4\text{ horas}$$

E o tempo para encher o volume restante é de:

$$\Delta t_3 = 12h - 2h - 4h = 6h$$

Sendo assim, a altura da coluna de água deve crescer linearmente entre 0 e 2 h, permanecer constante entre 2 e 6 h, e voltar a crescer linearmente entre 6 e 12 h. Isso nos leva ao gráfico da alternativa [B].

4. De acordo com as informações do enunciado, temos:

$$(\alpha + 1)^3 - \alpha^3 = 271$$

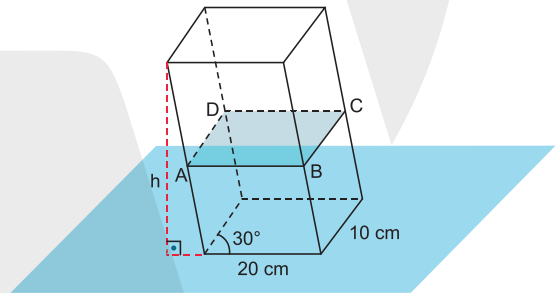
$$\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha + 1 - \alpha^3 - 271 = 0$$

$$3\alpha^2 + 3\alpha - 270 = 0$$

$$\alpha^2 + \alpha - 90 = 0 \Rightarrow \alpha = 9\text{ ou } \alpha = -10\text{ (não convém)}$$

$$\therefore \boxed{\alpha = 9}$$

5. De acordo com as informações do problema, podemos representar o prisma da seguinte forma:



Calculando, inicialmente, a área da base, temos:

$$A_b = 20 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow A_b = 200 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow A_b = 100\text{ cm}^2$$

A altura será dois terços do perímetro da base:

$$h = \frac{2}{3} \cdot (20 + 20 + 10 + 10) \Rightarrow h = 40\text{ cm}$$

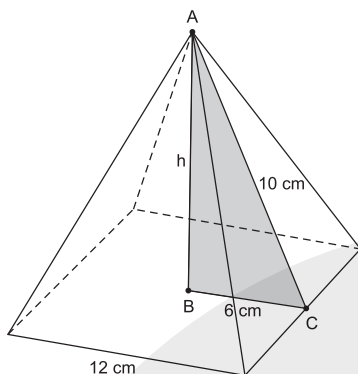
Logo, o volume será dado por:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 100 \cdot 40$$

$$V = 4\ 000\text{ cm}^3$$

6. Como $\overline{AC} + \overline{CB} = 16 \text{ cm}$ e $\overline{CB} = \frac{12 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}$,
 $\overline{AC} = 16 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$, a altura da pirâmide vale:



$$h^2 = 10^2 - 6^2$$

$$h = \sqrt{64}$$

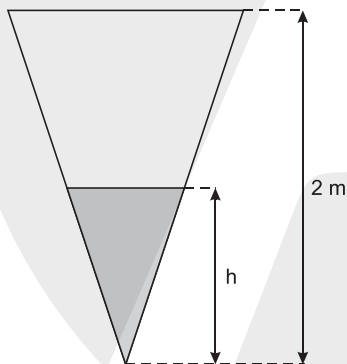
$$h = 8 \text{ cm}$$

Portanto, o volume da pirâmide é igual a:

$$V = \frac{12^2 \cdot 8}{3}$$

$$V = 384 \text{ cm}^3$$

7. Volume da pirâmide de altura h ($h \leq 2 \text{ m}$):



$$\left(\frac{h}{2}\right)^3 = \frac{V}{0,24}$$

$$V = 0,03 h^3$$

Dividindo os dois lados da equação por t e utilizando a vazão dada, chegamos a:

$$\frac{V}{t} = \frac{0,03 h^3}{t}$$

$$0,015 = \frac{0,03 h^3}{t}$$

$$0,5 t = h^3$$

$$\therefore h = \sqrt[3]{\frac{t}{2}}$$

8. Volume da embalagem cilíndrica:

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = 3 \cdot 3^2 \cdot 15$$

$$V = 405 \text{ cm}^3$$

Aresta da embalagem cúbica:

$$a^3 = 0,8 \cdot 405 = 324$$

$$a = \sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$\therefore a = 3\sqrt[3]{12} \text{ cm}$$

9. Sendo o volume original dado por $V = \pi r^2 h$, podemos analisar as seguintes opções:

[I] multiplicar a medida do raio por 6 e manter a da altura;

$$V_I = \pi(6r)^2 h = 36\pi r^2 h = 36V$$

[II] triplicar as medidas da área da base e da altura;

$$V_{II} = 3\pi r^2 (3h) = 9\pi r^2 h = 9V$$

[III] triplicar a medida do raio e manter a da altura;

$$V_{III} = \pi(3r)^2 h = 9\pi r^2 h = 9V$$

[IV] manter a medida do raio e triplicar a da altura;

$$V_{IV} = \pi r^2 (3h) = 3\pi r^2 h = 3V$$

[V] triplicar as medidas do raio e da altura.

$$V_V = \pi(3r)^2 (3h) = 27\pi r^2 h = 27V$$

Todas as latas contém, no mínimo, o triplo do volume da embalagem antiga. Contudo, como o preço é diretamente proporcional à sua capacidade volumétrica e a embalagem deve possuir o menor custo, as exigências da fábrica são atendidas pela lata apresentada na opção [IV].

10. Área do setor circular de 120° descrito pelo cone no plano de rotação:

$$A = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 12^2$$

$$A = 48\pi \text{ cm}^2$$

Como essa área equivale à área lateral do cone, o seu raio da base vale:

$$A = \pi r g$$

$$48\pi = \pi r \cdot 12$$

$$r = 4 \text{ cm}$$

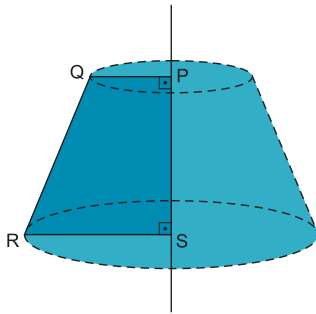
Portanto, o diâmetro \overline{AB} da base do cone é igual a 8 cm.

11. O volume original é igual a $\frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \cdot 10 = \frac{160}{3} \pi \text{ cm}^3$.

Logo, se r é o raio da base dos novos chocolates, então

$$\frac{81}{100} \cdot \frac{160}{3} \pi = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 10 \Rightarrow r = 3,6 \text{ cm}.$$

12. O sólido obtido é um tronco de cone.



13. Raio da esfera:

$$\frac{4\pi R^3}{3} = \frac{1372\pi}{3}$$

$$R = \sqrt[3]{373}$$

$$R = 7 \text{ cm}$$

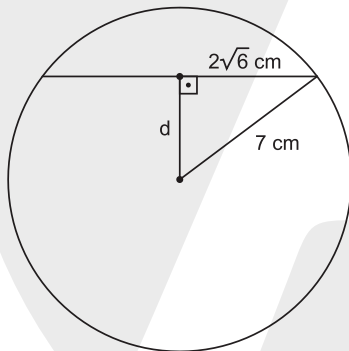
Raio da seção plana circular:

$$\pi r^2 = 24\pi$$

$$r = \sqrt{24}$$

$$r = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Portanto, a distância **d** vale:



$$7^2 = (2\sqrt{6})^2 + d^2$$

$$49 = 24 + d^2$$

$$d = \sqrt{25} \therefore d = 5 \text{ cm}$$

14. Como os raios externo e interno da bola são, respectivamente, iguais a 10 cm e 9 cm, o seu volume vale:

$$V = \frac{4\pi(10^3 - 9^3)}{3} = \frac{1084\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Sendo assim, a quantidade **x** de chocolate utilizado foi de:

$$1 \text{ g} \text{ --- } 0,75 \text{ cm}^3$$

$$x \text{ --- } \frac{1084\pi}{3} \text{ cm}^3$$

$$\frac{3x}{4} = \frac{1084\pi}{3} \therefore x = \frac{4336\pi}{9} \text{ cm}^3$$

15. Volume de cunha esférica

– Diâmetro da cúpula = 12 m \rightarrow raio $r = 6$

– Ângulo central = 60°

– Fórmula do volume da cunha: $V = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$

Substituindo os valores:

$$V = \frac{60}{360} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$$

$$V = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 216$$

$$V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 288$$

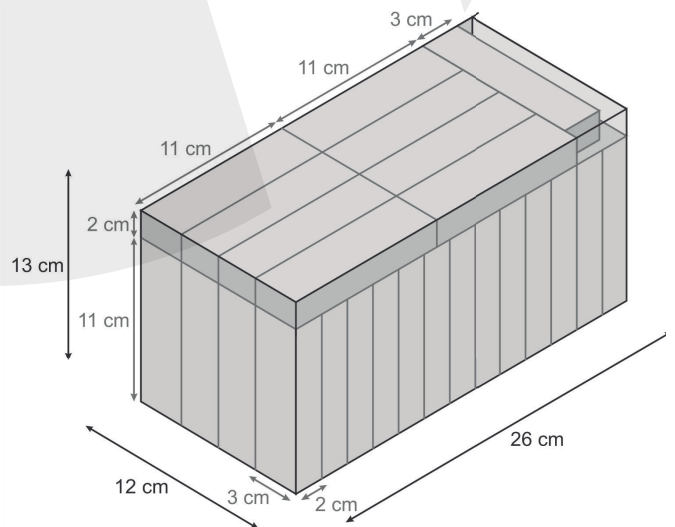
$$V = \frac{1}{6} \cdot 3,14 \cdot 288 \approx 150,72$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
E	D	A	C	B
6	7	8	9	10
E	C	B	D	D
11	12	13	14	15
D	D	C	A	C
16	17	18	19	20
D	A	E	C	C

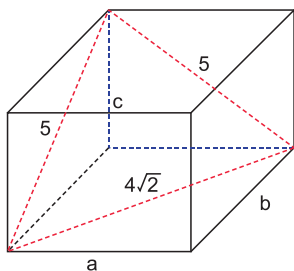
COMENTÁRIOS:

1. Como os lados de 2 cm e 3 cm das embalagens são divisores, respectivamente, dos lados 26 cm e 12 cm da caixa, uma configuração que otimiza o número de embalagens contidas na caixa está representada abaixo.



Dessa forma, o número máximo de embalagens que podem ser acondicionadas em cada caixa é de: $4 \cdot 13 \cdot 1 + 9 = 61$.

2. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte representação:



Aplicando o teorema de Pitágoras nas faces desse paralelepípedo, temos as seguintes relações:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = (4\sqrt{2})^2 & \text{equação 1} \\ a^2 + c^2 = (5)^2 & \text{equação 2} \\ b^2 + c^2 = (5)^2 & \text{equação 3} \end{cases}$$

Fazendo (equação 2 - equação 3), temos $a = b$

Substituindo $a = b$ na equação 1, obtemos:

$$a^2 + a^2 = 32 \Rightarrow a = b = 4$$

Substituindo $a = 4$ na equação 2, obtemos:

$$4^2 + c^2 = (5)^2 \Rightarrow c = 3$$

O volume da piscina será dado por:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4 \cdot 4 \cdot 3$$

$$V = 48 \text{ m}^3$$

$$V = 48 \text{ 000L}$$

3. Volume de água restante após os 20 dias:

$$V = \pi r^2 h = 3 \cdot 5^2 \cdot 1,5$$

$$V = 112,5 \text{ m}^3 = 112 \text{ 500 L}$$

Como há 75 moradores, cada um dispõe de:

$$\frac{112 \text{ 500 L}}{75} = 1 \text{ 500 L}$$

Durante os 10 próximos dias, o consumo diário de cada morador deve ser igual a $\frac{1 \text{ 500 L}}{10} = 150 \text{ L}$.

Dado que o consumo diário médio por morador é de 200 L, a economia diária deve ser de 50 L.

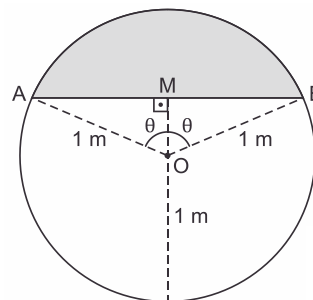
$$\begin{aligned} \pi \cdot r^2 &= 9,42 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{9,42}{3,14}} \\ &\Rightarrow r \cong \sqrt{3} \text{ m.} \end{aligned}$$

Logo, se ℓ é a medida da aresta do tetraedro, então

$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \frac{\ell}{r} \Leftrightarrow \ell = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\Leftrightarrow \ell = 3 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\text{A resposta é } 4 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ m}^2.$$

5. Da figura abaixo, obtemos:



$$\overline{OM} = \frac{3}{4} \cdot 2 \text{ m} - 1 \text{ m} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$\cos \theta = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AM}}{1} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

A área hachurada é dada pela área do setor circular de ângulo 120° menos a área do triângulo OAB. Logo:

$$A = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

$$A = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2$$

Sendo assim, o volume de água introduzido foi de:

$$V = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 6 \therefore V = 2\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ m}^3$$

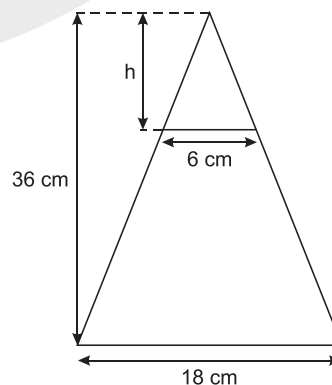
6. Calculando a razão entre o volume retirado e o volume da esfera, temos:

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 0,1}{\frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3}} = \frac{0,3}{R} = \frac{0,3}{6} = 0,05 = 5\%$$

7. O volume do rolo é dado por:

$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 10 - \pi \cdot 2^2 \cdot 10 \therefore V = 320\pi \text{ cm}^3.$$

8. Altura do cone removido:



$$\frac{h}{36} = \frac{6}{18} \Rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

Volume do tronco de cone:

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 36}{3} - \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 12}{3}$$

$$V_{\text{tronco}} = 2\,916 - 108$$

$$V_{\text{tronco}} = 2\,808 \text{ cm}^3$$

Volume do cilindro removido:

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot 3^2 \cdot (36 - 12)$$

$$V_{\text{cilindro}} = 3 \cdot 9 \cdot 24$$

$$V_{\text{cilindro}} = 648 \text{ cm}^3$$

Volume da escultura:

$$V = 2\,808 - 648$$

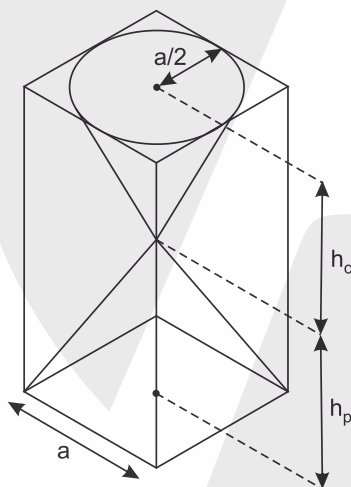
$$V = 2\,160 \text{ cm}^3$$

Massa da escultura:

$$d = \frac{m}{V}$$

$$0,6 = \frac{m}{2\,160} \therefore m = 1\,296 \text{ g}$$

9. Dos volumes da pirâmide e do cone, obtemos:



$$V_p = \frac{a^2 \cdot h_p}{3} = 5 \Rightarrow a^2 \cdot h_p = 15$$

$$V_c = \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot h_c}{3} = 4 \Rightarrow a^2 \cdot h_c = \frac{48}{\pi}$$

Calculando o volume do paralelepípedo, chegamos a:

$$V = a^2(h_p + h_c) = a^2 \cdot h_p + a^2 \cdot h_c \therefore V = \left(15 + \frac{48}{\pi}\right) \text{ m}^3$$

10. Raio da base da embalagem 1:

$$2\pi r_1 = 10$$

$$r_1 = \frac{5}{\pi} \text{ cm}$$

Volume da embalagem 1:

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1$$

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cdot 20$$

$$V_1 = \frac{500}{\pi} \text{ cm}^3$$

Raio da base da embalagem 2:

$$2\pi r_2 = 20$$

$$r_2 = \frac{10}{\pi} \text{ cm}$$

Volume da embalagem 2:

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2$$

$$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 \cdot 10$$

$$V_2 = \frac{1\,000}{\pi} \text{ cm}^3$$

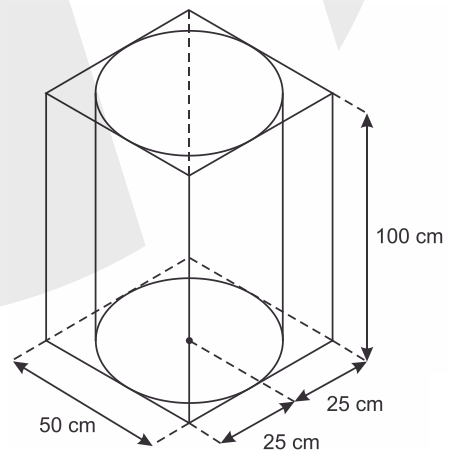
Ou seja, a embalagem de maior capacidade apresenta um volume de $\frac{1\,000}{\pi} \text{ cm}^3$.

11. O volume da peça cilíndrica é igual a $\pi \cdot 4^2 \cdot 50 = 800\pi \text{ cm}^3$.

$$\text{O volume de cada esfera é } \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} \text{ cm}^3.$$

$$\text{Portanto, segue que a resposta é } \frac{800\pi}{\frac{\pi}{6}} = 4\,800.$$

12. Como é possível observar na figura abaixo, a medida interna do lado da base da caixa deve ser igual a 50 cm.



13. A altura mínima da nova embalagem deve ser igual a:

$$V_{\text{paralelepípedo}} = V_{\text{cilindro}} + 400$$

$$16^2 \cdot h = \pi \cdot 8^2 \cdot 20 + 400$$

$$2\,56h = 3\,840 + 400$$

$$h = 16,56 \text{ cm}$$

Ou seja, de, aproximadamente, 17 cm.

14. Da igualdade entre os volumes do prisma e da pirâmide, obtenmos:

$$V_{ABCDEFGH} = V_{BCDL}$$

$$2A_{BCD} \cdot \overline{CG} = \frac{1}{3} \cdot A_{BCD} \cdot \overline{CL}$$

$$\overline{CL} = 6\overline{CG}$$

Por semelhança de volumes, obtenmos a relação procurada:

$$\frac{V_{GJKL}}{V_{BCDL}} = \left(\frac{\overline{GL}}{\overline{CL}}\right)^3 = \left(\frac{6\overline{CG} - \overline{CG}}{6\overline{CG}}\right)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \therefore \frac{V_{GJKL}}{V_{BCDL}} = \frac{125}{216}$$

15. O cone original tem volume: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. A seção é feita a $\frac{h}{2}$ da base. Isso forma um cone menor semelhante com altura $\frac{h}{2}$ e raio proporcional (também $\frac{R}{2}$). O volume do cone menor:

$$V_{\text{menor}} = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{24}\pi R^2 h$$

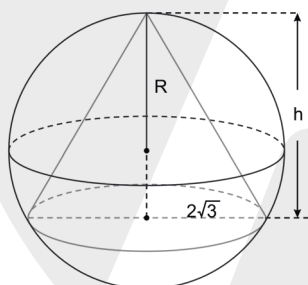
O volume do cone original corresponde a: $V_{\text{maior}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

A parte entre o cone menor e o original (tronco) tem volume:

$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{maior}} - V_{\text{menor}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{24}\pi R^2 h = \frac{7}{24}\pi R^2 h$$

Razão dos volumes: $\frac{V_{\text{menor}}}{V_{\text{tronco}}} = \frac{\frac{1}{24}\pi R^2 h}{\frac{7}{24}\pi R^2 h} = \frac{1}{7} \cdot \frac{24}{7} = \frac{1}{7}$

- 16.



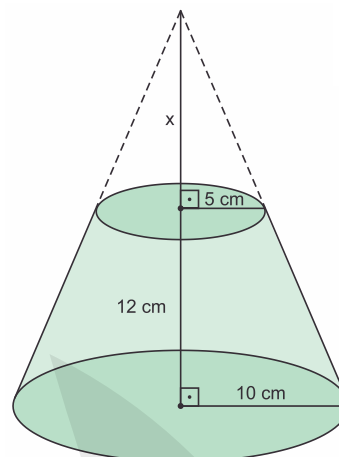
A seção meridiana de um cone equilátero é um triângulo equilátero. Portanto, a altura do cone equilátero será a altura de um triângulo equilátero cujo lado mede o dobro do raio.

$$h = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 \text{ cm}$$

O raio da esfera circunscrita no cone será de dois terços da altura do cone. $R = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \text{ cm}$

O volume V da esfera será dado por: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{256 \cdot \pi}{3} \text{ cm}^3$

17. Calculando o volume de um dos troncos de cone, obtenmos:



$$\frac{x}{x+12} = \frac{5}{10} \Rightarrow 2x = x+12 \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 24}{3} - \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} \Rightarrow V = 700\pi \text{ cm}^3$$

Portanto, o volume do vaso vale:

$$V_{\text{vaso}} = 2 \cdot 700\pi \text{ cm}^3 = 1400\pi \text{ cm}^3$$

18. A diferença entre as áreas totais poderá ser representada pela soma das áreas de dois retângulos (9 cm x 5 cm) com as áreas de dois retângulos (3 cm x 5 cm). Logo, a variação ΔA das áreas totais será dada por:

$$\Delta A = 2 \cdot 9 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\Delta A = 90 + 30$$

$$\Delta A = 120 \text{ cm}^2$$

19. Vamos calcular, inicialmente, a área da base A_b . Para isso, utilizaremos a fórmula do volume.

$$V = 168$$

$$A_b \cdot 7 = 168$$

$$A_b = 24 \text{ cm}^2$$

A área total, A_T , do prisma será a soma das áreas das bases com as áreas de todas as faces laterais, ou seja:

$$A_T = 2 \cdot 24 + (5 + 5 + 2 + 2 + 6) \cdot 7$$

$$A_T = 48 + 20 \cdot 7$$

$$A_T = 188 \text{ cm}^2$$

20. Vamos admitir que V seja o volume do cone; V_o , o volume do ouro; e V_p , o volume da prata.

$$\frac{V_o}{V} = \left(\frac{h}{2}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_o}{V} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow V_o = \frac{V}{8}$$

Logo, $V_p = \frac{7 \cdot V}{8}$

Portanto, a densidade do cone será dada por:

$$d = \frac{\frac{V}{8} \cdot 19,28 + \frac{7 \cdot V}{8} \cdot 10,50}{V} \Rightarrow d = 2,41 + 9,19 \Rightarrow d = 11,60$$

► Jardel Almeida

EXERCÍCIOS DE SALA							
1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	E	C	A	D	D	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	C	C	D	C	C	A	

COMENTÁRIOS:

1. Como a moda das oito primeiras avaliações foi 6,0 (nota de maior frequência), a média aritmética final foi de:

$$M = \frac{4,0 + 5,0 + 8,0 + 6,0 + 6,0 + 7,0 + 9,0 + 6,0 + 6,0 + 6,0}{10} = 6,3$$

2. Sendo M, S e x, respectivamente, a média inicial, a soma inicial das alturas e a altura do aluno que saiu, temos:

$$\begin{cases} M = \frac{S}{25} \\ M + 1 = \frac{S + 182 - x}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S}{25} + 1 = \frac{S + 182 - x}{25} \Rightarrow \frac{S}{25} = \frac{S + 182 - x}{25} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{S}{25} = \frac{S + 182 - x - 25}{25} \Rightarrow \cancel{S} = \cancel{S} + 157 - x \therefore x = 157 \text{ cm} = 1,57 \text{ m}$$

3. Média:

$$\frac{160 + 162 + 179 + 169 + 162 + 162 + 175 + 167}{8} = 167$$

Organizando os termos em ordem crescente:

$$\{160; 162; 162; \underline{162}; 167; 169; 175; 179\}$$

Mediana: $\frac{162 + 167}{2} = 164,5$

Moda: 162 (termo de maior frequência)

Variância:

$$\frac{(160 - 167)^2 + 3 \cdot (162 - 167)^2 + (167 - 167)^2 + (169 - 167)^2 + (175 - 167)^2 + (179 - 167)^2}{8 - 1}$$

$$= \frac{49 + 75 + 0 + 4 + 64 + 144}{7} = 48$$

Portanto, a média, a variância, a mediana e a moda valem, respectivamente, 167, 48, 164,5 e 162.

4. Calculando a média dos tempos, obtemos:

$$M = \frac{36 + 17 + 27 + 13 + 13 + 13}{6} \therefore M \cong 19,8 \text{ min}$$

5. Diferença salarial para cada ano do gráfico:

Ano	Diferença salarial
2003	883 - 826 = 57
2005	957 - 874 = 83
2007	1 048 - 953 = 95
2009	1 107 - 987 = 120
2011	1 201 - 1043 = 158
2013	1 292 - 1 117 = 175
2015	1 306 - 1 142 = 164

Sendo assim, a diferença salarial média no período analisado foi de, aproximadamente,

$$\frac{57 + 83 + 95 + 120 + 158 + 175 + 164}{7} \cong 121,7$$

6. Para t = 0, devemos ter Q = Q₀. E, para t = 2, devemos ter Q = 3Q₀. Portanto, a função que corresponde aos dados do

problema é Q(t) = Q₀ · 3 ^{$\frac{t}{2}$} .

7. Pondo k(m) = 6 563, temos:

$$81 \cdot 3^{\frac{1}{m}} + 2 = 6563 \Leftrightarrow 3^4 \cdot 3^{\frac{1}{m}} = 3^8 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{m} + 4} = 3^8 \Leftrightarrow \frac{1}{m} + 4 = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{m} = 4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$$

8. Sabendo que N(1) = 3N₀, temos 3N₀ = N₀e^{k-1} ⇔ e^k = 3.

Em consequência, temos:

$$N(5) = N_0 e^{k \cdot 5} = N_0 (e^k)^5 = N_0 3^5 = 243 N_0$$

9. Do gráfico, tem-se que o saldo devedor inicial é R\$ 500,00. Além disso, como a capitalização é composta, podemos concluir que a parcela mensal de juros é variável. Finalmente, supondo uma taxa de juros constante e igual a 10% ao mês, teríamos, ao final de 6 meses, um saldo devedor igual a 500 · (1,1)⁶ ≅ R\$ 885,78. Portanto, comparando esse resultado com o gráfico, podemos afirmar que a taxa de juros mensal é superior a 10%.

10. Para n = 80 dB, obtemos:

$$80 = 20 \log \left(\frac{P}{2 \cdot 10^{-5}} \right)$$

$$4 = \log \left(\frac{P}{2 \cdot 10^{-5}} \right)$$

$$10^4 = \frac{P}{2 \cdot 10^{-5}} \therefore P = 2 \cdot 10^{-1} \text{ N/m}^2$$

11. Queremos calcular o valor mínimo de n para o qual se tem F = 2C. Logo, sabendo que x = 0,008, temos:

$$2C = C(1 + 0,008)^n \Rightarrow 2 = 1,008^n$$

$$\Rightarrow \log 2 = \log 1,008^n \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1,008}$$

$$\Rightarrow n \cong \frac{0,3}{0,003} \Rightarrow n \cong 100$$

12. O tempo necessário, em dias, para que a planta atinja 30 centímetros de altura é dado por:

$$30 = 5 \cdot \log_2(t + 1) \Leftrightarrow 2^6 = t + 1 \Leftrightarrow t = 63$$

Por outro lado, o tempo para que ela atinja 40 centímetros é, em dias, igual a

$$40 = 5 \cdot \log_2(t + 1) \Leftrightarrow 2^8 = t + 1 \Leftrightarrow t = 255$$

A resposta é 255 - 63 = 192.

13. Para $A = 1\,000\ \mu\text{m}$ e $f = 0,2\ \text{Hz}$, temos:

$$\begin{aligned} M &= \log(1\,000 \cdot 0,2) + 3,3 \\ &= \log 10^3 + \log 0,2 + 3,3 \\ &\cong 3 - 0,7 + 3,3 \\ &\cong 5,6 \end{aligned}$$

Portanto, podemos concluir que ele foi destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.

14. Sendo $i = 0,0132$ ao mês, temos:

$$\begin{aligned} P < 0,75 \cdot V &\Leftrightarrow P < 0,75 \cdot P(1+i)^n \Leftrightarrow (1,0132)^n > \frac{4}{3} \\ \Leftrightarrow \ln(1,0132)^n > \ln \frac{4}{3} &\Rightarrow n \cdot 0,0131 > 0,2877 \\ \Leftrightarrow n > \frac{0,2877}{0,0131} &\Leftrightarrow n > 21 + \frac{126}{131} \end{aligned}$$

Como o menor inteiro maior do que $21 + \frac{126}{131}$ é 22, a primeira parcela que poderá ser antecipada com a 30^{a} é a $(30 + 22)^{\text{a}} = 52^{\text{a}}$.

15. Calculando:

$$\begin{aligned} P_{\text{máx}} &= 400 \\ 400 &= \frac{5\,000 \cdot 1,013^n \cdot 0,013}{(1,013^n - 1)} \Rightarrow 400 \cdot (1,013^n - 1) = 65 \cdot 1,013^n \\ \Rightarrow 400 \cdot 1,013^n - 400 &= 65 \cdot 1,013^n \\ 335 \cdot 1,013^n &= 400 \Rightarrow 1,013^n = \frac{400}{335} \Rightarrow \log 1,013^n = \log \left(\frac{400}{335} \right) \\ \Rightarrow n \cdot \log 1,013 &= \log 400 - \log 335 \\ n \cdot 0,005 &= 2,602 - 2,525 \Rightarrow n = 15,4 \Rightarrow 16 \text{ parcelas} \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS PARA CASA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	E	A	D	C	C	A	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	B	D	A	E	A	D	B

COMENTÁRIOS:

1. Tem-se que o valor à vista é dado por

$$\frac{202}{1,01} + \frac{204,02}{(1,01)^2} = 200 + 200 = \text{R\$ } 400,00$$

2. Calculando:

Parcela = P

No ato da 6ª parcela:

$$P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} = P \cdot \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

3. A população irá triplicar em:

$$\begin{aligned} 3f_0 &= f_0 \cdot e^{0,05t} \\ \ln 3 &= \ln e^{0,05t} \\ 1,10 &= 0,05t \cdot \frac{\ln e}{1} \\ t &= \frac{1,10}{0,05} \\ \therefore t &= 22 \text{ anos} \end{aligned}$$

4. Calculando:

$$\begin{aligned} M &= C(1+i)^t \\ 120\,000 &= 1\,000 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{30} \\ 120 &= \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{30} \\ \sqrt[30]{2^2 \cdot 3 \cdot 10} &= 1 + \frac{p}{100} \\ \log \left(2^{\frac{1}{15}} \cdot 3^{\frac{1}{30}} \cdot 10^{\frac{1}{30}} \right) &= \log \left(1 + \frac{p}{100} \right) \\ \frac{1}{15} \cdot 0,301 + \frac{1}{30} \cdot 0,477 + \frac{1}{30} \cdot 1 &= \log \left(1 + \frac{p}{100} \right) \\ 3 \cdot 0,0231 &= \log \left(1 + \frac{p}{100} \right) \\ \left(10^{0,0231} \right)^3 &= 1 + \frac{p}{100} \\ K^3 &= 1 + \frac{p}{100} \\ \therefore p &= 100(K^3 - 1) \end{aligned}$$

5. Determinando, inicialmente, a temperatura inicial:

$$\begin{aligned} T(t) &= 30 + 150a^{-0,05t} \\ T(0) &= 30 + 150a^{-0,05 \cdot 0} \\ T(0) &= 30 + 150 \\ T(0) &= 180\ ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Considerando a metade da temperatura inicial, temos:

$$\begin{aligned} 90 &= 30 + 150a^{-0,05t} \\ 60 &= 150a^{-0,05t} \\ a^{-0,05t} &= \frac{60}{150} \\ a^{-0,05t} &= \frac{2}{5} \\ \log_a a^{-0,05t} &= \log_a \frac{2}{5} \\ -0,05t &= \log_a 2 - \log_a 5 \\ -0,05t &= 0,7 - 1,6 \\ -0,05t &= -0,9 \\ t &= 18 \text{ min} \end{aligned}$$

6. Em 1986, o número de transistores por centímetro quadrado era igual a $\frac{100\ 000}{0,25} = 400\ 000$.

Desse modo, o número de transistores ao longo do tempo constitui uma progressão geométrica de primeiro termo $4 \cdot 10^5$ e razão 2. Ademais, se n é o número de períodos de 2 anos após 1986, então:

$$4 \cdot 10^5 \cdot 2^n \geq 10^{11} \Leftrightarrow 2^{n+2} \geq 10^6 \Leftrightarrow \log 2^{n+2} \geq \log 10^6$$

$$\Rightarrow (n+2) \cdot 0,3 \geq 6 \Leftrightarrow n \geq 18$$

A resposta é $1986 + 2 \cdot 18 = 2022$.

7. Substituindo os pontos (0, 100) e (20, 40) do gráfico na equação dada:

$$\begin{cases} a + 80b^0 = 100 & \text{(I)} \\ a + 80b^{20} = 40 & \text{(II)} \end{cases}$$

De (I), obtemos:

$$a + 80 \cdot 1 = 100$$

$$\therefore a = 20$$

Substituindo este resultado em (II), temos:

$$20 + 80b^{20} = 40$$

$$b^{20} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

$$(b^{20})^{\frac{1}{20}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{20}}$$

$$b = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{20}}$$

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}}$$

$$\therefore b = (0,5)^{\frac{1}{10}}$$

8. Deve-se calcular o valor da função para $t = 50$ s e $t = 150$ s para fazer a diferença entre os valores. Assim:

$$f(50) = 60 \cdot 2^{-0,02 \cdot 50} = 60 \cdot 2^{-\frac{2}{100} \cdot 50} = 60 \cdot 2^{-1} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$$

$$f(150) = 60 \cdot 2^{-0,02 \cdot 150} = 60 \cdot 2^{-\frac{2}{100} \cdot 150} = 60 \cdot 2^{-3} = 60 \cdot \frac{1}{8} = 22,5$$

$$f(50) - f(150) = 30 - 7,5 = 22,5$$

9. A cada aumento de 50%, a área reflorestada fica multiplicada por um fator de $1 + 0,5 = 1,5$. Logo, ao final de n anos, a expressão algébrica para a área total reflorestada é dada por:

$$A_n = 500 \cdot 1,5^{n-1}$$

10. Temos:

$$R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^R \Leftrightarrow A = A_0 \cdot 10^R$$

Logo, se A_j e A_a são, respectivamente, as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina, então

$$\frac{A_j}{A_a} = \frac{A_0 \cdot 10^9}{A_0 \cdot 10^7} = 100.$$

11. Sendo $y(0) = 0,5$, temos $a^{0-1} = 0,5 \Leftrightarrow a = 2$.

Assim, queremos calcular o valor de t para o qual se tem $y(t) = 0,5 + 7,5 = 8$, ou seja, $2^{t-1} = 8 \Leftrightarrow t = 4$.

12. Desde que $20\text{min} = \frac{1}{3}\text{h}$, temos $p\left(\frac{1}{3}\right) = 40 \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 80$.

Portanto, após 20min, a população será duplicada.

13. Se $f(0) = 6\ 000$, então $b = 6\ 000$. Ademais, sabendo que

$$f(1) = 54\ 000, \text{ temos } 54\ 000 = 60\ 000 \cdot a^1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{10}.$$

Por conseguinte, a resposta é

$$f(2) = 60\ 000 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \text{R\$ } 48\ 600,00.$$

14. Desde que $\log ab = \log a + \log b$, $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$ e

$\log a = b \Leftrightarrow a = 10^b$, para quaisquer a e b reais positivos, temos:

$$8,9 = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) \Leftrightarrow \log\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) = 13,35$$

$$\Leftrightarrow \log E - \log 7 \cdot 10^{-3} = 13,35 \Leftrightarrow \log E = 13,35 + \log 7 - 3 \log 10$$

$$\Rightarrow \log E = 13,35 + 0,84 - 3 \Rightarrow E = 10^{11,19} \text{ kWh}$$

15. Frequência média de cada cantor:

$$f_I = \frac{380 + 410 + 470}{3} \Rightarrow f_I = 420 \text{ Hz}$$

$$f_{II} = \frac{330 + 350 + 490}{3} \Rightarrow f_{II} = 390 \text{ Hz}$$

$$f_{III} = \frac{420 + 420 + 390}{3} \Rightarrow f_{III} = 410 \text{ Hz}$$

$$f_{IV} = \frac{407 + 410 + 404}{3} \Rightarrow f_{IV} = 407 \text{ Hz}$$

$$f_V = \frac{310 + 380 + 480}{3} \Rightarrow f_V = 390 \text{ Hz}$$

Portanto, o candidato selecionado foi o [I].

16. Sendo x a quantidade de pontos que o reservatório V deve aumentar, temos:

$$\frac{64 + 53 + 63 + 64 + (20 + x)}{5} \geq 60$$

$$264 + x \geq 300$$

$$x \geq 36$$

Ou seja, é necessário que haja um aumento de pelo menos 36 pontos.

17. Notas dos estudantes em ordem crescente e suas respectivas medianas:

Estudante I: 45, 45, 85, 90; mediana = $\frac{45 + 85}{2} = 65$

Estudante II: 70, 70, 75, 80; mediana = $\frac{70 + 75}{2} = 72,5$

Estudante III: 55, 75, 75, 75; mediana = 75

Estudante IV: 35, 35, 85, 90; mediana = $\frac{35 + 85}{2} = 60$

Estudante V: 60, 70, 70, 75; mediana = 70

Portanto, apenas os estudantes IV e V acertaram as suas notas finais.

18. Considere a tabela.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
0	5	0
1	6	6
2	6	12
3	10	30
4	3	12
Total	30	$\sum x_i \cdot f_i = 60$

A moda é o número de interrupções que ocorreu mais vezes, ou seja, 3.

A média diária é dada por

$$\frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{60}{30} = 2,0.$$

19. Se x é a produção nacional, em milhões de toneladas, então $(0,383 + 0,372)x = 119,8 \Leftrightarrow x \cong 158,7$.

A resposta é $0,114 \cdot 158,7 \cong 18,1$.

20. Média = $\frac{4 \cdot 1 + 2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{10} = \frac{30}{10} = 3$

Mediana = $\frac{\text{quinto termo} + \text{sexto termo}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$

Moda = 1 (maior frequência)

► Klaiton Barbosa

EXERCÍCIOS DE SALA				
1	2	3	4	5
C	E	A	B	B
6	7	8	9	10
D	C	A	B	E
11	12	13	14	15
D	D	C	C	D

COMENTÁRIOS:

1. Trata-se de uma P.G infinita de razão $\frac{4}{5}$.

$$\left(d, \frac{4d}{5}, \frac{16d}{25}, \frac{64d}{125}, \dots \right)$$

Logo, a soma destas distâncias será dada por:

$$d + \frac{4d}{5} + \frac{16d}{25} + \frac{64d}{125} + \dots = \frac{d}{1 - \frac{4}{5}} = 5 \cdot d$$

2. As frações equivalentes às áreas sombreadas são termos de uma PG de razão $\frac{1}{2}$, pois:

$$A_1 = \frac{1}{2}$$

$$A_2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$A_3 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

⋮

$$A_n = \frac{1}{2^n}$$

Dessa forma, a fração que representa a região sombreada da figura 8 vale:

$$A_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$$

E a fração que representa a região não sombreada vale:

$$A_8' = 1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}$$

3. Aplicando a fórmula da PG infinita, chegamos a:

$$S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{15}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{15}{\frac{3}{4}} = 20$$

4. Como os preços decrescem a uma taxa de R\$ 0,60, os valores pagos são termos de uma PA cujo 10º termo vale:

$$a_{10} = a_1 + (10 - 1) \cdot r$$

$$a_{10} = 36,80 + 9 \cdot (-0,60)$$

$$a_{10} = 31,40$$

Portanto, o valor total pago pela cliente foi de:

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(36,80 + 31,40) \cdot 10}{2} \therefore S_{10} = \text{R\$ } 341,00$$

5. A cada aumento de 50%, a área reflorestada fica multiplicada por um fator de $1 + 0,5 = 1,5$. Logo, ao final de n anos, a expressão algébrica para a área total reflorestada é dada por:

$$A_n = 500 \cdot 1,5^{n-1}$$

6. As idades dos gatos a partir do 15º ano são termos de uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 76 e razão igual a 4. Ao completar 38 anos (24º termo da sequência), a idade do gato equivale à idade humana de:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{24} = 76 + (24-1) \cdot 4$$

$$a_{24} = 76 + 92 \therefore a_{24} = 168 \text{ anos}$$

7. Número atribuído ao lote da família Dias:

$$D = \frac{139 + 183}{2} = 161$$

Razão da PA da rua de cima:

$$r = 161 - 139 = 22$$

Sendo assim, o número atribuído ao lote da família Costa é:

$$C = 139 - 2 \cdot 22 = 95$$

8. A sequência descrita é uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 3 e razão 2. Sendo assim, o seu vigésimo termo é igual a:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{20} = 3 \cdot 2^{20-1}$$

$$a_{20} = 3 \cdot 2^{19}$$

9. **Observação:** para resolver esta questão, é necessário considerar que os grupos formados terão a mesma quantidade de pessoas e que serão compostos necessariamente por moças e rapazes.

O maior número de grupos é dado pelo máximo divisor comum entre 30 e 45, cujo valor é:

$$\text{mdc}(30, 45) = \text{mdc}(2 \cdot 3 \cdot 5, 3^2 \cdot 5) = 3 \cdot 5 = 15$$

Dessa forma, o número de moças e rapazes em cada grupo será de:

$$N_{\text{moças}} = \frac{30}{15} = 2$$

$$N_{\text{rapazes}} = \frac{45}{15} = 3$$

10. Após 2 meses (60 dias), o número de flexões executadas terá chegado a:

$$a_{60} = a_1 + (60-1) \cdot r$$

$$a_{60} = 20 + 59 \cdot 5$$

$$a_{60} = 315$$

E a soma das flexões terá sido igual a:

$$S_{60} = \frac{(a_1 + a_{60}) \cdot 60}{2}$$

$$S_{60} = \frac{(20 + 315) \cdot 60}{2} \therefore S_{60} = 10\ 050$$

11. A razão da progressão aritmética é $126 - 120 = R\$ 6,00$. Sendo S_{24} a soma dos valores das 24 parcelas e a_{19} o valor da 19ª parcela, tem-se que a resposta é:

$$\begin{aligned} S_{24} - a_{19} &= \left(120 + \frac{23 \cdot 6}{2}\right) \cdot 24 - (120 + 18 \cdot 6) \\ &= 4\ 536 - 228 \\ &= R\$ 4\ 308,00. \end{aligned}$$

12. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte sequência:

(1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, ...)

Portanto:

[I] Correta, o sexto termo é 32.

[II] Correta, pois $1 + 2 + 2 + 4 + 8 = 17$, que é um número primo.

[III] Correta, o quarto termo é quatro, portanto, os demais serão múltiplos de 4.

13. O menor tempo decorrido para que os três relógios batam simultaneamente é dado por:

$$\text{MMC}(10, 25, 48) = \text{MMC}(2 \cdot 5, 5^2, 2^4 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 = 1\ 200$$

Ou seja, o tempo é de 1 200min, o que equivale a $\frac{1\ 200}{60} = 20\text{h}$.

14. Para que os quadrados se encaixem perfeitamente na bandeira sem sobreposição entre eles, o valor de seu lado deve ser divisor dos lados da bandeira. E o maior valor possível é dado pelo máximo divisor comum entre esses lados. Logo:

$$\text{MDC}(272, 416) = \text{MDC}(2^4 \cdot 17, 2^5 \cdot 13) = 2^4 = 16$$

Portanto, o maior lado que esses quadrados podem ter é 16 cm.

15. O encontro se dará em um número de dias igual a:

$$\begin{aligned} \text{mmc}(9, 21) &= \text{mmc}(3^2, 3 \cdot 7) \\ &= 3^2 \cdot 7 \\ &= 63. \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1	2	3	4	5
E	E	B	E	B
6	7	8	9	10
B	C	D	D	C
11	12	13	14	15
D	B	C	E	C
16	17	18	19	20
E	D	C	C	B

COMENTÁRIOS:

1. De acordo com as informações do problema, temos uma P.A de razão 2:
(5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...)

Portanto, o número de clientes no final de junho de 2023 será o sexto termo da P.A., ou seja, 15.

2. Soma dos tempos de Wesley, Flávio e Luiz:
 $3\text{min}36\text{s} - 60\text{s} = 2\text{min}36\text{s} = 156\text{s}$
 Sendo x o tempo de Wesley, temos que:
 $x + (x + 2) + (x + 4) = 156$
 $3x + 6 = 156$
 $3x = 150$
 $x = 50\text{s}$
 Portanto, o tempo de Luiz foi de:
 $50\text{s} + 4\text{s} = 54\text{s}$
3. Utilizando a PA para representar as idades das mulheres, obtemos:
 $(\text{Ana, Bia, Cássia, Dalva}) = (x - 3r, x - r, x + r, x + 3r)$
 $x - 3r + x - r + x + r + x + 3r = 140$
 $4x = 140$
 $x = 35$
 $(\text{Ana, Bia, Cássia, Dalva}) = (35 - 3r, 35 - r, 35 + r, 35 + 3r)$
 Da PG, sabemos que a idade de Dalva deve ser o dobro da idade de Bia. Logo:
 $(35 - r) \cdot 2 = 35 + 3r$
 $70 - 2r = 35 + 3r$
 $5r = 35$
 $r = 7$
 Portanto, a idade de Dalva é:
 $x + 3r = 35 + 3 \cdot 7 = 56$ anos
4. O número de páginas lidas por dia cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 10 e razão igual a 2. Logo, se que a resposta é dada por:
 $\left(\frac{10 + 10 + 19 \cdot 2}{2}\right) \cdot 20 = (10 + 19) \cdot 20$
 $= 580.$
5. O número de lados de cada polígono cresce segundo a progressão aritmética:
 $(4, 6, 8, \dots, 2n + 2, \dots).$
 Queremos calcular a_{100} . Logo, temos:
 $a_{100} = 2 \cdot 100 + 2$
 $= 202.$
6. O número de acessos cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 152 e razão igual a 2. Queremos calcular a_{10} . A resposta é:
 $a_{10} = a_5 + 5r$
 $= 160 + 5 \cdot 2$
 $= 170.$
7. Utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PA, temos:
 $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$
 $180 = \frac{(24 + 48)n}{2}$
 $180 = 36n$
 $n = 5$
 Portanto, havia 5 amigos nesse grupo.
8. Os decréscimos anuais obedecem à razão de:
 $\frac{21\ 870}{24\ 300} = \frac{24\ 300}{27\ 000} = 0,9$
 Sendo assim, ao final de seis anos, o valor de mercado do carro será de:
 $V(6) = 27\ 000 \cdot 0,9^5 = 15\ 943,23$
 Ou seja, de aproximadamente R\$ 15,9 mil.
9. A sequência de intensidades luminosas corresponde a uma progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$. Sendo assim, a intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m (sétimo termo da PG) é igual a:
 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
 $a_7 = L_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{7-1} \therefore a_7 = \frac{64}{729} L_0$
10. O tempo necessário para completar as 10 primeiras voltas é dado pela soma da PG de 10 termos e de razão 0,95. Logo:
 $S_{10} = \frac{a_1(q^{10} - 1)}{q - 1}$
 $S_{10} = \frac{120 \cdot (0,95^{10} - 1)}{0,95 - 1}$
 $S_{10} = \frac{120 \cdot (-0,4)}{-0,05} \therefore S_{10} = 960\text{s}$
11. Como a razão das massas perdidas a cada trimestre é de $\frac{1}{2}$, a massa total que a pessoa poderá perder é dada por:
 $M = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{14}{1 - \frac{1}{2}}$
 $M = 28\text{ kg}$
 Logo, a massa da pessoa se aproximará de:
 $95\text{ kg} - 28\text{ kg} = 67\text{ kg}$
12. As notas das provas podem ser escritas como $\left\{x, \frac{3x}{2}, \frac{9x}{4}\right\}$.
 Logo:
 $\frac{9x}{4} - x = 5$
 $\frac{5x}{4} = 5$
 $x = 4$
 Portanto, a maior nota foi:
 $\frac{9}{4} \cdot 4 = 9$
13. Teremos a seguinte sequência de dias de natação:
 (Sáb, qua, dom, qui, seg, sex, ter, sáb, qua...)
 O padrão se repete a cada 7 vezes. E:
 $100 = 98 + 2 = 7 \cdot 14 + 2$
 Ou seja, na 98ª vez, Paulo vai nadar numa terça-feira (último dia da sequência). Após 2 outras vezes – na 100ª –, Paulo vai nadar numa quarta-feira.

14. O número de pessoas contaminadas cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 100 e razão 1,2. Portanto, segue que a resposta é $100 \cdot (1,2)^5 \cong 249$.

15. A resposta é $1\ 300 \cdot 2^4 = 1\ 300 \cdot 8 = 10\ 400$.

16. A coincidência ocorrerá após $\text{mmc}(30, 360, 480) = 1\ 440\text{min} = 24\text{h}$, ou seja, às 7h do dia 6/12/99.

17. X e Y terão folga simultânea $\text{mmc}(6, 7) + 1 = 42 + 1 = 43$ dias após a segunda-feira da 1ª semana.

18. Basta calcular o M.M.C.(12, 16, 20) = 240.

12	16	20	2
6	8	10	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	240

19. A área de um ladrilho retangular de 30 cm por 40 cm é $30 \cdot 40 = 1\ 200\text{ cm}^2$, enquanto a área de um ladrilho quadrado de 50 cm de lado é $50^2 = 2\ 500\text{ cm}^2$. Portanto, a menor área que pode ter essa parede, sem que haja espaço ou superposição entre os ladrilhos, é dada por $\text{mmc}(1\ 200, 2\ 500) = 30\ 000\text{ cm}^2 = 3,0\text{ m}^2$.

20. A medida da aresta dos cubos de mesmo volume que preencham completamente o paralelepípedo retângulo da figura é dada por $\text{mdc}(8, 36, 20) = 4$. Portanto, o resultado pedido é dado por:
 $\frac{8}{4} \cdot \frac{36}{4} \cdot \frac{20}{4} = 2 \cdot 9 \cdot 5 = 90$.

► Marcos Paulo

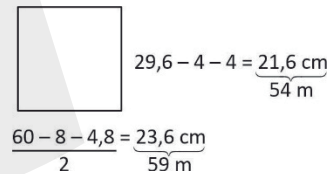
EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	A	C	A	C	E	A	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	D	E	D	B	E	B	E	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	B	B	B	A	C	D	C	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	E	D	B	D	E	C	A	D	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	D	E	C	D	A	E	C
51	52	53	54	55					
D	B	D	C	D					

COMENTÁRIOS:

1. Distância total = $14,9 \cdot 10^7 + 7,6 \cdot 2 \cdot 10^7$
 $= 30,1 \cdot 10^7\text{ cm}$
 $= 30,1 \cdot 10^2\text{ km}$
 $= \boxed{3\ 010\text{ km}}$

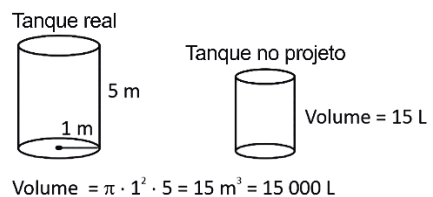
2. $E = \frac{D_{\text{desenho}}}{D_{\text{real}}}$
 Altura real do espaço destinado ao refrigerador:
 $\frac{1}{50} = \frac{3,8}{x} \Rightarrow x = 190\text{ cm}$
 Largura real do espaço destinado ao refrigerador:
 $\frac{1}{50} = \frac{1,6}{x} \Rightarrow x = 80\text{ cm}$
 Altura do refrigerador:
 $190\text{ cm} - 10\text{ cm} = 180\text{ cm}$
 Largura do refrigerador:
 $80\text{ cm} - 20\text{ cm} = 60\text{ cm}$

3. Observe cada edifício.
OBS.: 4,8 cm → passarela.



4. Seja **h** a altura real do vaso. Tem-se: $\frac{30}{3h} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow h = \boxed{50\text{ cm}}$.

5.



$$E = \sqrt[3]{\frac{15\text{ dm}^3}{15\ 000\text{ dm}^3}} = \frac{1}{10}$$

6.

	Consumo	Custo
Gasolina	$\frac{330}{22} = 15 \text{ km/L}$	R\$ 6,00/L
Etanol	$\frac{300}{25} = 12 \text{ km/L}$	x R\$/L

$$\frac{x}{12} = \frac{6}{15} \Rightarrow x = \boxed{\text{R\$ 4,80}}$$

7. Dados: $D = 75 \text{ g/m}^2$ e área = $0,062 \text{ m}^2$.

$$D = \frac{M}{A} \Rightarrow 75 = \frac{M}{0,062} \Rightarrow M = 75 \cdot 0,062 \Rightarrow$$

$$M = 4,65 \text{ g (massa de uma folha)}$$

$$\text{Massa total} = 4,65 \cdot 20\ 000$$

$$\text{Massa total} = 93\ 000 \text{ g} = \boxed{93 \text{ kg}}$$

8.

Custo	Quadrado da abertura
R\$ 1 600,00	20^2
P	25^2

$$\frac{1\ 600}{P} = \left(\frac{20}{25}\right)^2 \Rightarrow \frac{1\ 600}{P} = \frac{16}{25} \Rightarrow \boxed{P = \text{R\$ 2 500,00}}$$

9. A questão já apresenta a relação entre as grandezas tempo e pessoas. Tomando apenas um grupo como referência, pois todos terminaram no mesmo tempo, temos:

Tempo ↓	↑ Pessoas
4	3
x	2

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

Logo, o tempo necessário será de 6 segundos.

10.

Volume	Altura
9 m^3	3 m
$13,5 \text{ m}^3$	h

$$\frac{9}{13,5} = \frac{3}{h} \quad h = 4,5 \text{ m (Aumento de 1,5 m)}$$

11. A quantidade x de água a ser adicionada para que a porcentagem de álcool passe a ser de 40% é tal que:

$$\frac{700}{1\ 000 + x} = 0,4$$

$$400 + 0,4x = 700$$

$$x = \frac{300}{0,4} \therefore x = \boxed{750 \text{ mL}}$$

12. Deslocamento do ponteiro das horas:

$$60 \text{ minutos} \text{ ----- } 30^\circ$$

$$20 \text{ minutos} \text{ ----- } 10^\circ$$

O intervalo entre duas horas consecutivas corresponde a 30° . Portanto, na figura abaixo, podemos ver que o ângulo às 6h20min é $10^\circ + 60^\circ = 70^\circ$

$$\frac{20}{2}$$



13. Quando o ponteiro das horas se desloca 50° , o ponteiro dos minutos avança 100 min. Então, $6\text{h}50\text{min} + 100\text{min} = \boxed{8\text{h}20\text{min}}$.

14. Quantidade de calor = constante $\cdot \frac{1}{m} \cdot s \cdot k \cdot \text{m}^2 \cdot K$

$$W \cdot \cancel{s} = \text{constante} \cdot \cancel{s} \cdot k \cdot m \cdot K$$

$$k = \frac{W}{m \cdot K} = \boxed{W \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

15. Inicialmente, devemos perceber que as duas máquinas existentes no clube podam $8\ 000 \text{ m}^2 \div 200 \text{ m}^2$. Utilizando a ideia de regra de três simples, verificamos que:

Nº de máquinas	Tempo (horas)
2	40
x	5

$$\text{Portanto, } \frac{x}{2} = \frac{40}{5} \Rightarrow \boxed{x = 16}$$

Como já existem duas máquinas no clube, será necessária a solicitação de mais $\boxed{14 \text{ máquinas}}$.

16.

Funcionários	Peças	Dias
10 ↓	150 ↓	30 ↑
Q ↓	200 ↓	20 ↑

$$\frac{10}{Q} = \frac{150}{200} \cdot \frac{20}{30}$$

$$\boxed{Q = 20 \text{ funcionários}}$$

17.

Trabalhadores	Dias	Área da base do cilindro
18 ↑	25 ↓	$\pi \cdot 3^2 = 9\pi$ ↑
14 ↓	Q ↓	$\pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 3^2 = 7\pi$

$$\frac{25}{Q} = \frac{14}{18} \cdot \frac{9\pi}{7\pi}$$

$$\boxed{Q = 25 \text{ dias}}$$

18.

Dias	Horas/Dia	Máquina	Hectares/Hora
120	10	20	2
100	12	Q	4

$$\frac{20}{Q} = \frac{100}{120} \cdot \frac{12}{10} \cdot \frac{4}{2}$$

$$2Q = 20 \Rightarrow \boxed{Q = 10 \text{ máquinas}}$$

19.

Ovos	Dias	Ração	Temperatura	Luminosidade
20	1	1	1	1
Q	1	1,5	4/5	2,5

$$\frac{20}{Q} = \frac{1}{1,5} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2,5}$$

$$Q = 20 \cdot 1,5 \cdot 2 = \boxed{60 \text{ ovos}}$$

20.

Funcionários	Horas/Dia	Peças/Dia
200	8	5000
120	6	Q

$$\frac{500}{x} = \frac{8}{6} \cdot \frac{200}{120}$$

$$2Q = 4 \cdot 500 \Rightarrow \boxed{Q = 2 \cdot 250}$$

21. A → 650 mil
B → 350 mil
Valor a ser dividido: 200 mil

$$\frac{A}{650\,000} = \frac{B}{350\,000} \Rightarrow \frac{A}{13} = \frac{B}{7} = \frac{A+B}{20} = \frac{200\,000}{20} = 10\,000$$

A = 130 000 e $\boxed{B = 70\,000}$

22. Sendo k uma constante de proporcionalidade, temos:

$$24k + 21k + 20k + 18k + 7k = 67\,500$$

$$90k = 67\,500$$

$$K = 750$$

Logo, cada um dos netos receberá o valor de:

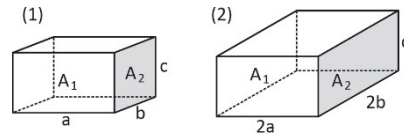
V: $24 \cdot R\$ 750,00 = R\$ 18\,000,00$
M: $21 \cdot R\$ 750,00 = R\$ 15\,750,00$
J: $20 \cdot R\$ 750,00 = R\$ 15\,000,00$
A: $18 \cdot R\$ 750,00 = R\$ 13\,500,00$
S: $7 \cdot R\$ 750,00 = R\$ 5\,250,00$

Ou seja, Jansen recebeu $\boxed{R\$ 15\,000,00}$.

23. $\frac{5A'B' - 3C'D'}{270} = \frac{5 \cdot 80 - 3 \cdot 40}{180}$

$$5A'B' - 3C'D' = \boxed{420 \text{ m}}$$

24. De acordo com o enunciado do problema, podemos mostrar dois paralelepípedos. Veja:



Observando a figura (1), temos:

- Área do piso (1) = $a \cdot b$
- $A_1 = ac$
- $A_2 = bc$

Área das paredes = $2(A_1 + A_2) = 2(ac + bc)$

Observando a figura (2), temos:

- Área do piso (2) = $2a \cdot 2b = 4ab$
- $A_1 = 2ac$
- $A_2 = 2bc$

Área das paredes = $2(A_1 + A_2) = 2(2ac + 2bc) = 4(ac + bc)$

Assim, temos:

I. Área do piso (1) = ab

Área do piso (2) = $4ab$

A área do piso (2) é o quádruplo da área do piso (1).

II. Área das paredes (1) = $2(ab + bc)$

Área das paredes (2) = $4(ab + bc) = 2 \cdot 2(ab + bc)$

A área das paredes (2) é o dobro da área das paredes (1).

25.

Comum	
A = 4 + 2k	4 + 2k > 5 + 1k
B = 5 + 1k	K > 1
VIP	
A = 8 + 0,6 k	8 + 0,6 k > 6 + 1,6 k
B = 6 + 1,6 k	2 > k
	K < 2

$$1 < k < 2$$

26. Observação do gráfico.

27. Fixo: R\$ 20,00

Custo variável: $\frac{5}{2,5} = R\$ 2,00/\text{km}$.

Logo, $\boxed{C(x) = 20 + 2x}$.

28. Observe no gráfico que, para a quantidade 2,5 milhões de unidades, temos um preço igual a R\$ 17,50.

Logo, $R\$ 17,50 - R\$ 3,50 = \boxed{R\$ 14,00}$.

29. 1ª bomba = $\frac{8 \text{ m}^3}{4\text{h}} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$

2ª bomba = $6 \text{ m}^3/\text{h} - 2 \text{ m}^3/\text{h} = 4 \text{ m}^3/\text{h}$

$$1^a + 2^a \text{ bomba} = \frac{12 \text{ m}^3}{2h} = 6 \text{ m}^3/h$$

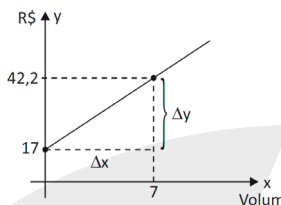
$$\text{Tempo} = \frac{20 \text{ m}^3}{4 \text{ m}^3/h} = 5h$$

30. $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{42,2 - 17}{7} = \frac{25,2}{7} = 3,6$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 17 \end{cases}$$

$$y = 3,6x + 17$$

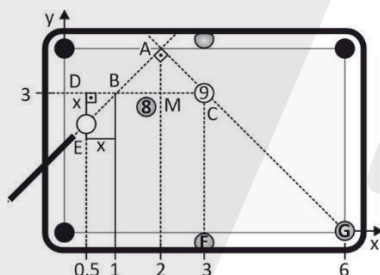


Em dezembro, temos ($2 \cdot 7 = 14$):
 Para $x = 14 \rightarrow y = 3,6 \cdot 14 + 17$
 $y = 67,4$ (R\$ 67,40)

31. $\frac{f(7) - f(4,5)}{2,5} = \frac{2 - 0}{2 - (-1)}$

$$f(7) - f(4,5) = \frac{5}{3}$$

32. Considere a seguinte representação:



Note que os triângulos CAB e CFG são semelhantes. Logo, como $\overline{FC} = \overline{FG}$, tem-se também $\overline{AB} = \overline{AC}$. Sendo M tal que $\overline{BM} = \overline{CM}$, segue que $BM = 1$ e, portanto, B possui coordenadas (1; 3). Além disso, da semelhança entre os triângulos ABC e DBE, tem-se $DE = DB = 0,5$. Logo, as coordenadas da bola branca, em sua posição original, são $E = (0,5; 2,5)$. A ordenada é, portanto, $\frac{5}{3}$.

33. t_0 (tempo inicial) = 15min

$T_{\text{entrada e saída}} = 4\text{min}$

$\frac{p}{40}$ intervalos de visitação (20min)

$$t_{(p)} = \frac{p}{40} \cdot (20 + 4) + 15$$

$$t_{(p)} = \frac{3}{5}p + 15$$

34. $4x + 2y = 2\,000$

$$4x = 1\,000 \quad x = 250$$

$$2y = 1\,000 \quad y = 500$$

$$\text{Área} = 250 \cdot 500 = 125\,000 \text{ m}^2$$

35. Observe as informações.

I. Nos lados paralelos ao palco (tela A), temos um gasto de $2x \cdot 20 = 40x$ reais.

II. Nos outros dois lados (tela B), temos um gasto de $2y \cdot 5 = 10y$ reais. Logo, pelo valor total, temos $40x + 10y = 5\,000$.

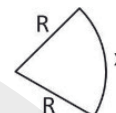
III. $40x = 2\,500 \Rightarrow x = 62,5 \text{ m}$

$$10y = 2\,500 \Rightarrow y = 250 \text{ m}$$

Tela A: $2x = 125 \text{ m}$

Tela B: $2y = 500 \text{ m}$

36.



$$2R + x = 100$$

$$2R = 50 \Rightarrow R = 25$$

37. Se $y = 60 - 2x$, então $2x + y = 60$

$$2x = 30 \Rightarrow x = 15$$

$$y = 30$$

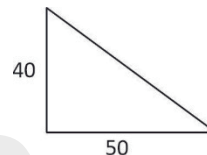
38. $2x + y - 4 = 252$

$$2x + y = 256$$

$$x = 64$$

$$y = 128$$

39.



$$5x = 200 - 4y$$

$$5x + 4y = 200$$

$$5x = 100 \Rightarrow x = 20$$

$$4y = 100 \Rightarrow y = 25$$

$$\frac{x}{40} = \frac{50 - y}{50}$$

40. $q = 2\,000 - 40p$

$$40p + q = 2\,000$$

$$q = 1\,000$$

41. $f(x) = 7x - x^2$

$$f(x) + x^2 = 7x$$

$$f(x) = 3,5x$$

$$x^2 = 3,5x \Rightarrow x = 3,5$$

Logo, $0,90 \cdot 3,5 = 3,15$

42.

$$t = -0,25d^2 + 2,5d$$

$$0,25d^2 + t = 2,5d$$

$$0,25d^2 = 1,25d$$

$$d = 5$$

$$t = 1,25d$$

$$t = 1,25 \cdot 5$$

$$t = 6,25$$

43. Observe.



$$\underbrace{30 C}_{3\ 000} + \underbrace{40 L}_{3\ 000} = 6\ 000$$

$$30C = 3\ 000 \Rightarrow C = 100\text{ m}$$

$$40L = 3\ 000 \Rightarrow L = 75\text{ m}$$

44. Quantidade: $Q = 40 - 1x$

Preço: $P = 60 + 10x$

$$\begin{cases} Q = 40 - 1x \\ P = 60 + 10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10Q = 400 - 10x \\ P = 60 + 10x \end{cases} \quad (+)$$

$$\underbrace{10Q}_{230} + \underbrace{P}_{230} = 460$$

$$10Q = 230 \Rightarrow Q = 23$$

$$P = 230$$

45. $\begin{cases} P = 50 + 5x \quad (x8) \\ Q = 480 - 8x \quad (x5) \end{cases}$

$$\begin{cases} 8P = 400 + 40x \\ 5Q = 2\ 400 - 40x \end{cases}$$

$$8P + 5Q = 2\ 800$$

$$8P = 1\ 400 \Rightarrow \boxed{P = 175,00}$$

46. $\begin{cases} Q = 50 + 1x \quad (x3) \\ C = 390 - 3x \end{cases}$

$$\begin{cases} 3Q = 150 + 3x \\ C = 390 - 3x \end{cases}$$

$$3Q + C = 540$$

$$3Q = 270$$

$$Q = 90 = 50 + 40$$

47. $P = 60 - x$

$$Q = 18 + 3x$$

$$3P = 180 - 3x$$

$$Q + 3P = 198$$

$$Q = 99$$

$$3P = 99 \Rightarrow P = 33$$

48.

$$\begin{cases} P = 20 + x \\ Q = 40 - x \end{cases} \quad (+)$$

$$\underbrace{P}_{30} + \underbrace{Q}_{30} = 60$$

$$P = 30$$

$$Q = 30$$

(10 lugares vagos)

49. **Atenção:** É fundamental observar, no enunciado da questão, que o número de ingressos, o número de pessoas e, conseqüentemente, a arrecadação e o desconto são dados por números inteiros.

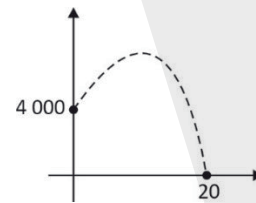
1) Observe a sequência a seguir.

Arrecadação	=	(Número de pessoas) (200)	·	(Preço do ingresso) (20)
Redução de 1 real	\Rightarrow	$(200 + 1 \cdot 40)$	·	$(20 - 1 \cdot 1)$
Redução de 2 reais	\Rightarrow	$(200 + 2 \cdot 40)$	·	$(20 - 2 \cdot 1)$
Redução de 3 reais	\Rightarrow	$(200 + 3 \cdot 40)$	·	$(20 - 3 \cdot 1)$
Redução de 4 reais	\Rightarrow	$(200 + 4 \cdot 40)$	·	$(20 - 4 \cdot 1)$
⋮				
Redução de x reais	\Rightarrow	$(200 + x \cdot 40)$ $= (200 + 40x)$	·	$(20 - x \cdot 1)$ $(20 - x)$
		$= -40x^2 + 600x + 4\ 000$		

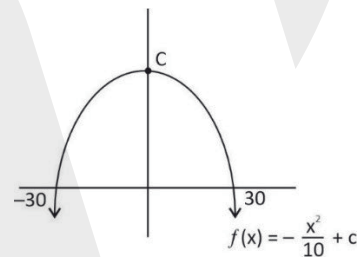
2) Olhando a função arrecada, $A(x) = -40x^2 + 600x + 4\ 000$, considere o seguinte:

- A função tem valor máximo;
- O termo independente da função é 4 000.

Assim, não esquecendo a observação feita no início do comentário e dos dados anteriores, temos o gráfico a seguir.

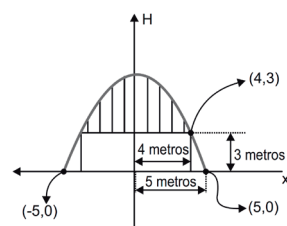


50. Observe a parábola abaixo.



$$0 = \frac{-30^2}{10} + C \Rightarrow \boxed{C = 90\text{ cm}}$$

51. Observe o gráfico.



Forma fatorada da função $H = a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$, em que x_1 e x_2 são as raízes da função.

$$H = a(x + 5)(x - 5)$$

Substituindo o ponto (4, 3) na função, temos:

$$3 = a(4 + 5)(4 - 5) \Rightarrow 3 = -9a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

Logo, $H = -\frac{1}{3}(x + 5)(x - 5)$ e daí, substituindo $x = 0$, vamos

$$\text{obter } H = -\frac{1}{3}(0 + 5)(0 - 5) = \frac{25}{3}$$

52. Observe:

$$\left(\frac{10}{40}\right)^2 = \frac{1}{16} \rightarrow \text{Fração complementar: } \frac{15}{16}$$

$$\frac{15}{16} \cdot 30 = d + 20$$

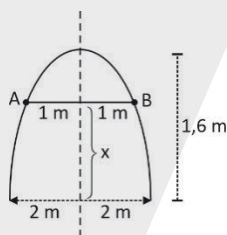
$$28,125 = d + 20$$

$$\boxed{d = 8,125 \text{ m}}$$

53. $\left(\frac{30}{50}\right)^2 = \frac{9}{25} \rightarrow \text{Fração complementar: } \frac{15}{25}$

$$\frac{16}{25} \cdot H = 16 \Rightarrow \boxed{H = 25 \text{ cm}}$$

54. Observe:



$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \text{Fração complementar: } \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 1,6 = x \Rightarrow x = 1,2$$

$$x + h = 3,2 \Rightarrow h = 2$$

$$H = 2 + 1,6 + 0,3 = \boxed{3,9 \text{ m}}$$

55. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \rightarrow \text{Fração complementar: } \frac{9}{25}$

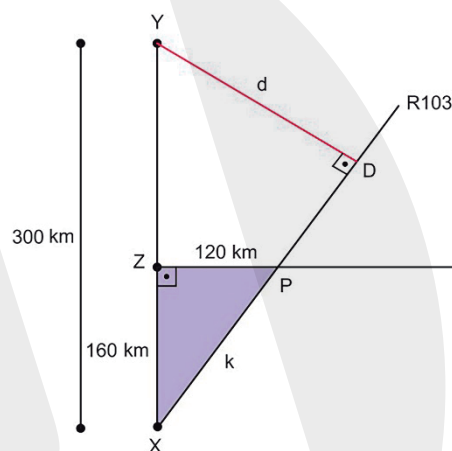
$$H_{(\text{Agosto})} = \frac{9}{25} \cdot 1\,650 = \boxed{594 \text{ m}}$$

► Ricardo Spartani

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	C	B	D	D	C	C	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	E	C	B	C	A	C	C	E	E
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	E	C	24 m ²	D	C	D	E	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	
Nula	A	E	E	D	C	A	D	A	

COMENTÁRIOS:

1.



Determinando o valor de k no triângulo XZP :

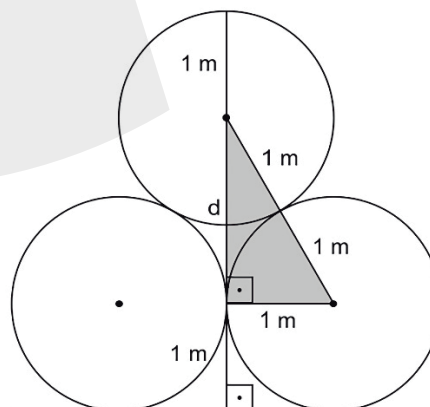
$$k^2 = 120^2 + 160^2$$

$$k = 200 \text{ km}$$

$$\Delta XZP \sim \Delta XDY$$

$$\frac{200}{300} = \frac{120}{d} \Leftrightarrow 2d = 360 \Leftrightarrow d = 180 \text{ km}$$

2. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado na figura abaixo, obtemos a distância d da figura.



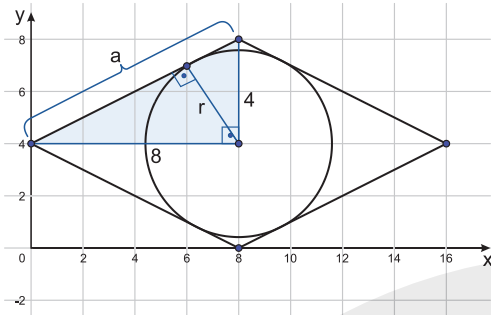
$$2^2 = d^2 + 1^2$$

$$d = \sqrt{4 - 1} \Rightarrow d = \sqrt{3} \text{ m}$$

Logo, a altura de cada conjunto vale:

$$h = 1 + \sqrt{3} + 1 \therefore h = 2 + \sqrt{3} \text{ m}$$

3. Admitindo que r seja o raio da circunferência inscrita no losango de lado a , temos a seguinte figura:



Calculando a medida do lado:

$$a^2 = 4^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 = 80 \Rightarrow a = 4\sqrt{5}$$

Calculando a medida do raio, utilizando uma relação métrica do triângulo retângulo, obtemos:

$$a \cdot h = 4 \cdot 8 \Rightarrow 4 \cdot \sqrt{5} \cdot h = 4 \cdot 8 \Rightarrow h = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

4. Como PR é diâmetro, o ângulo PQR é reto. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo PQR, obtemos:

$$10^2 = 6^2 + QR^2 \Rightarrow QR = 8 \text{ m}$$

Distância percorrida pela partícula:

$$d = 6 + 8 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} \Rightarrow d = 29 \text{ cm}$$

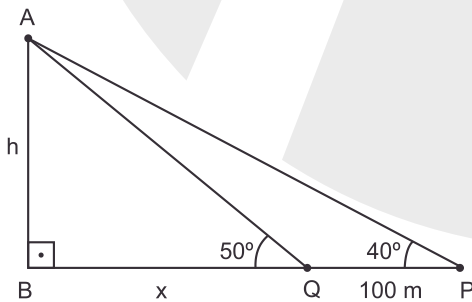
Portanto, a aceleração escalar da partícula foi de:

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$10^2 = 8^2 + 2a \cdot 29$$

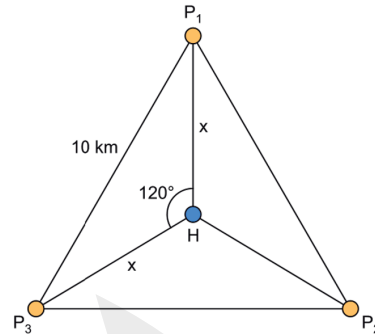
$$36 = 58a \therefore a = \frac{18}{29} \text{ m/s}^2$$

5. Dos triângulos retângulos da figura, obtemos:



$$\begin{cases} \text{tg } 50^\circ = \frac{h}{x} \\ \text{tg } 40^\circ = \frac{h}{x+100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{h}{1,19} \\ x+100 = \frac{h}{0,84} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{1,19} + 100 = \frac{h}{0,84} \Rightarrow \frac{h}{0,84} - \frac{h}{1,19} = 100 \Rightarrow \frac{1,19h - 0,84h}{0,84 \cdot 1,19} = 100 \Rightarrow 0,35h = 99,96 \therefore h = 285,6 \text{ m}$$

6. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo HP₁P₃, obtemos a distância x , em quilômetros, entre o hospital e cada um dos postos de saúde:



$$10^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$100 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$100 = 2x^2 + x^2$$

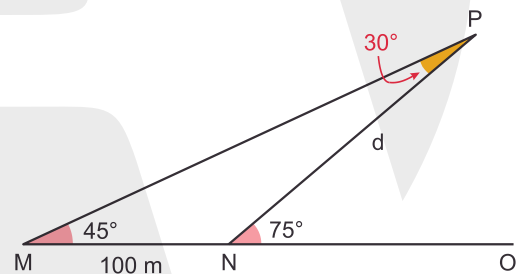
$$x^2 = \frac{100}{3}$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$x \cong \frac{10 \cdot 1,7}{3} \cong 5,67$$

Que é um número entre 5 e 6.

7. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte figura:



Utilizando o teorema do ângulo externo, temos:

$$\widehat{NP}N + 45^\circ = 75^\circ \Rightarrow \widehat{NP}N = 30^\circ$$

Utilizando o teorema dos senos, obtemos:

$$\frac{NP}{\sin 45^\circ} = \frac{100}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin 30^\circ \cdot NP = 100 \cdot \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot NP = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow NP = 100\sqrt{2} \text{ m}$$

8. $AE = ED = 4 \text{ cm}$

$$CD \cdot 8 = 40 \Rightarrow CD = 5 \text{ cm}$$

$$CF = GD = x \Rightarrow 2x + 2 \cdot 5 = 16 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore CF = 3 \text{ cm} \text{ e } GE = 7 \text{ cm}$$

Logo, a área S do trapézio CFGE será dada por:

$$S = \frac{(7+3) \cdot 5}{2} \Rightarrow S = 25 \text{ cm}^2$$

9. Supondo o raio original com valor 10 (poderia ser qualquer valor), temos:

$$\text{Original: } R = 10 \rightarrow A = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$$

$$\text{Modificado: } 50\% + 40\% = 90\%$$

$$R = 1,9 \cdot 10 = 19 \rightarrow A = \pi \cdot 19^2 = 361\pi$$

Calculando o aumento percentual da área, temos:

$$\frac{100\pi}{100\%} = \frac{261\pi}{x} \therefore x = 261\%$$

10. Calculando as áreas dos polígonos que representam o esboço da regional 7, temos:

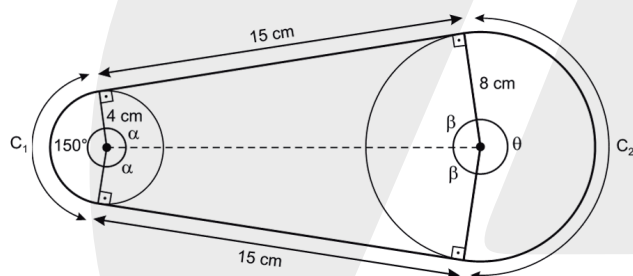
$$\frac{2,1 \cdot 4}{2} + \frac{(5,3+2,1) \cdot 1}{2} + \frac{(5,3+1,1) \cdot 5}{2} + 1,1 \cdot 2 + \frac{(5+4) \cdot 4,6}{2} + \frac{2 \cdot 5}{2}$$

$$4,2 + 3,7 + 16 + 2,2 + 20,7 + 5 = 51,8 \text{ km}^2$$

Comparando percentualmente com a área de Fortaleza, temos:

$$\frac{51,8}{314} \cong 16,5\%$$

11. Da figura abaixo, obtemos:



$$150^\circ + 2\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 105^\circ$$

$$2 \cdot 90^\circ + 105^\circ + \beta = 360^\circ \Rightarrow \beta = 75^\circ$$

$$2 \cdot 75^\circ + \theta = 360^\circ \Rightarrow \theta = 210^\circ$$

Comprimento c_1 :

$$c_1 = 2\pi r \cdot \frac{150^\circ}{360^\circ} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{5}{12}$$

$$c_1 = 10 \text{ cm}$$

Comprimento c_2 :

$$c_2 = 2\pi R \cdot \frac{210^\circ}{360^\circ} = 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{7}{12}$$

$$c_2 = 28 \text{ cm}$$

Logo, o comprimento total da correia vale:

$$c = 10 + 28 + 2 \cdot 15$$

$$\therefore c = 68 \text{ cm}$$

12. A área de cada setor é dada por $A = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$. Calculando a área

de cada um deles, temos:

$$A_I = \frac{3 \cdot 20^2 \cdot 15^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_I = 50 \text{ m}^2$$

$$A_{II} = \frac{3 \cdot 22^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_{II} = 121 \text{ m}^2$$

$$A_{III} = \frac{3 \cdot 12^2 \cdot 40^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_{III} = 48 \text{ m}^2$$

$$A_{IV} = \frac{3 \cdot 16^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_{IV} = 128 \text{ m}^2$$

$$A_V = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_V = 75 \text{ m}^2$$

Portanto, o proprietário deverá adquirir o sensor do tipo V.

13. Área de 1 tijolo:

$$0,05 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,01 \text{ m}^2$$

Área da parede:

$$3 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$$

Área da face aparente de 100 tijolos:

$$100 \cdot 0,01 \text{ m}^2 = 1 \text{ m}^2$$

Área de $\frac{1}{6}$ da parede:

$$\frac{1}{6} \cdot 24 \text{ m}^2 = 4 \text{ m}^2$$

Quantidade mínima de tijolos:

$$\frac{24 \text{ m}^2 - 4 \text{ m}^2}{0,01 \text{ m}^2} = 2 \text{ 000}$$

Quantidade máxima de tijolos:

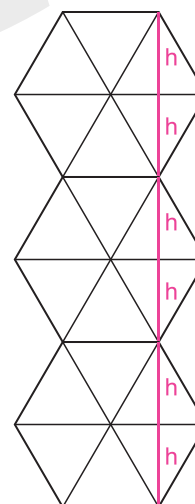
$$\frac{24 \text{ m}^2 - 1 \text{ m}^2}{0,01 \text{ m}^2} = 2 \text{ 300}$$

14. Comprimento do lado de cada hexágono:

$$6 \cdot \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

$$\ell = \frac{\sqrt{2\sqrt{3}}}{3} \text{ cm}$$

O lado do quadrado equivale a 6 alturas de triângulos equiláteros de lado ℓ , conforme ilustra a figura abaixo.



Cada uma das alturas equivale a:

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{6\sqrt{3}}}{6} \text{ cm}$$

Logo, a área do quadrado vale:

$$A = (6h)^2 = \left(\beta \cdot \frac{\sqrt{6\sqrt{3}}}{\beta} \right)^2$$

$$\therefore A = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

15. Aplicando a lei dos senos no triângulo APC, sendo x o segmento AP, temos:

$$\frac{x}{\sin 120} = \frac{18}{\sin 45}$$

$$x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 9\sqrt{6}$$

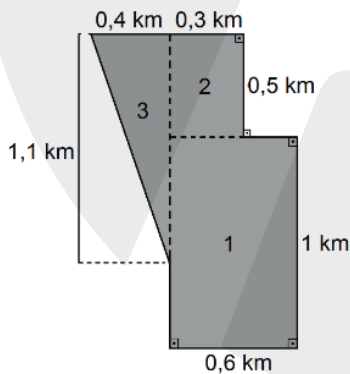
Aplicando Pitágoras no triângulo APO, sendo r o segmento PO, temos:

$$(9\sqrt{6})^2 = r^2 + 6^2$$

$$486 = r^2 + 36$$

$$r^2 = 450 \Rightarrow r = 15\sqrt{2}$$

16. Fragmentando a figura, temos:



Calculando a soma das três áreas, temos:

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_t = 0,6 \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,3 + \frac{0,4 \cdot 1,1}{2}$$

$$A_t = 0,6 + 0,15 + 0,22$$

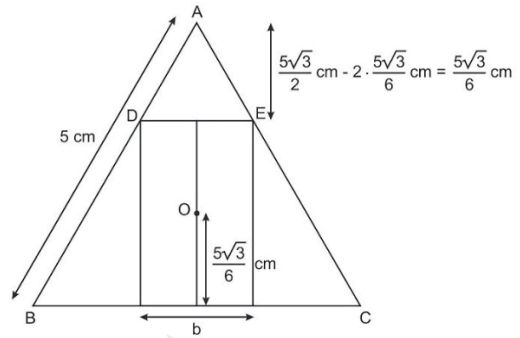
$$A_t = 0,97 \text{ km}^2$$

17. Altura do triângulo equilátero: $h = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$

Distância do baricentro do triângulo até um de seus lados:

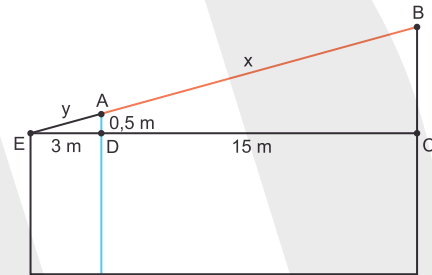
$$d = \frac{1}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \text{ cm}$$

Fazendo semelhança entre os triângulos ADE e ABC da figura abaixo, obtemos:



$$\frac{5\sqrt{3}}{5} = \frac{b}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} \therefore b = \frac{5}{3} \text{ cm}$$

18. Aplicando o teorema de Pitágoras no ΔAED , obtemos:



$$y^2 = 3^2 + 0,5^2$$

$$y = \sqrt{9,25} = \sqrt{\frac{925}{100}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{37}}{2} \text{ m}$$

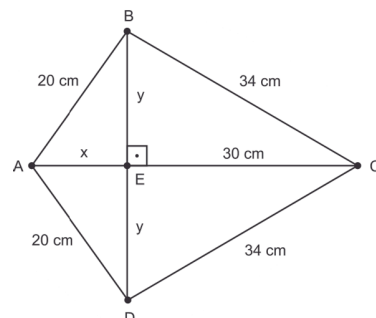
Por semelhança de triângulos entre o ΔEAD e o ΔEBC , chegamos a:

$$\frac{x + \frac{\sqrt{37}}{2}}{\frac{\sqrt{37}}{2}} = \frac{18}{3}$$

$$3x + \frac{3\sqrt{37}}{2} = 9\sqrt{37}$$

$$3x = \frac{15\sqrt{37}}{2} \therefore x = 2,5\sqrt{37} \text{ m}$$

19. Os triângulos ABE e ADE são congruentes pelo critério LAL, assim como os triângulos BCE e DCE. Sendo assim, da figura abaixo, obtemos:



$$34^2 = 30^2 + y^2$$

$$y = \sqrt{1156 - 900} = \sqrt{256}$$

$$y = 16 \text{ cm}$$

$$20^2 = 16^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

Logo, a área da pipa vale:

$$A = 2 \cdot \left(\frac{12 \cdot 16}{2} + \frac{30 \cdot 16}{2} \right) = 192 + 480 \therefore A = 672 \text{ cm}^2$$

20. Aproximando $\sqrt{2}$ por 1,41 e sendo x a medida, em metros, do cabo extensor, temos:

$$\pi \cdot (6+x)^2 = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 \Rightarrow 6+x = 6\sqrt{2} \Rightarrow x \approx 2,5 \text{ m}$$

21. $\Delta PBQ \sim \Delta BAC$

$$\frac{A_{\Delta PBQ}}{A_{\Delta BAC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{PB}{16} \right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{PB}{16} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow PB = \frac{16}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$PB = 8 \cdot \sqrt{2}$$

22. A área do canteiro é dada por $\pi \cdot \overline{AC}^2$. Logo, sendo $\overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC}$,

deve-se ter:

$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{AC}^2 - \pi \cdot \overline{AB}^2 \geq 25 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{AC}^2 - \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \right)^2 \geq 25$$

$$\Leftrightarrow \pi \cdot \overline{AC}^2 \geq 100 \text{ m}^2$$

A resposta é 100 m².

23. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, obtemos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 60^\circ$$

$$(8\sqrt{3})^2 = \overline{AB}^2 + 8^2 - 2\overline{AB} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$192 = \overline{AB}^2 + 64 - 8\overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 - 8\overline{AB} - 128 = 0$$

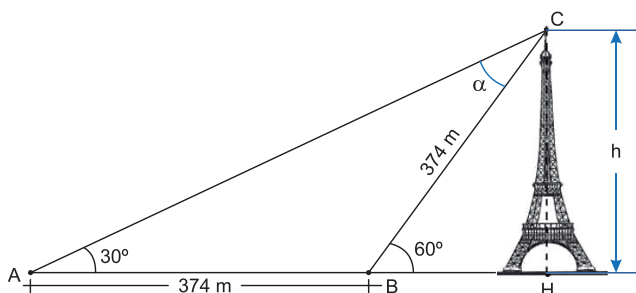
$$\overline{AB} = \frac{8 \pm \sqrt{576}}{2} = 4 \pm 12$$

$$\overline{AB} = 16 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 16 \text{ cm} - 11 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Logo, a extensão máxima do braço vale: 16 cm + 8 cm + 5 cm = 29 cm.

24.



No triângulo ABC, temos:

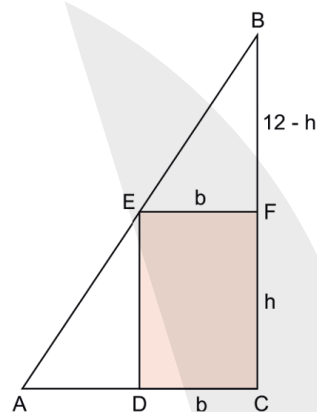
$$\alpha + 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow BC = 374 \text{ m}$$

No triângulo HBC, temos:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{374}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{374} \Rightarrow h = 374 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h \approx 317,9 \text{ m}$$

25. Por semelhança entre os triângulos EBF e ABC, obtemos:



$$\frac{12-h}{12} = \frac{b}{8}$$

$$96 - 8h = 12b$$

$$h = 12 - \frac{3b}{2}$$

A área do campo é dada por:

$$A = bh = b \left(12 - \frac{3b}{2} \right)$$

$$A = \frac{-3b^2}{2} + 12b$$

Sendo assim, a área máxima desse retângulo vale:

$$A_{\text{máx}} = y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$A_{\text{máx}} = -\frac{12^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot 0}{4 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right)} = -\frac{144}{-6} \therefore A_{\text{máx}} = 24 \text{ m}^2$$

26. $A_{ABCDE} = 220$

$$AB = 10$$

$$AB' = 15$$

Considerando que os pentágonos são semelhantes e que a razão entre as áreas é o quadrado da razão entre os lados, podemos escrever que:

$$\frac{A_{AB'C'D'E'}}{A_{ABCDE}} = \left(\frac{15}{10} \right)^2$$

$$\frac{A_{AB'C'D'E'}}{220} = \left(\frac{3}{2} \right)^2$$

$$A_{AB'C'D'E'} = \frac{9}{4} \cdot 220$$

$$A_{AB'C'D'E'} = 495 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área pedida A será a diferença entre as áreas dos dois pentágonos semelhantes:

$$A = 495 - 220$$

$$A = 275 \text{ cm}^2$$

27. Aresta do cubo fixo 1:

$$a_1^3 = 1\ 728$$

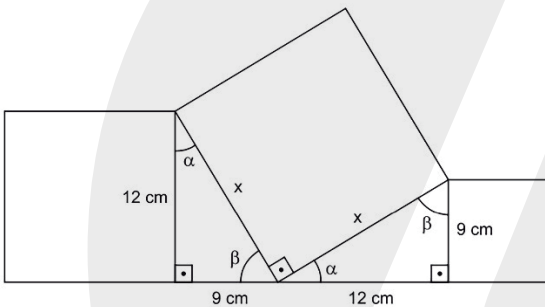
$$a_1 = 12 \text{ cm}$$

Aresta do cubo fixo 2:

$$a_2^3 = 729$$

$$a_2 = 9 \text{ cm}$$

Dada a congruência dos triângulos da figura abaixo, temos:



$$x^2 = 12^2 + 9^2$$

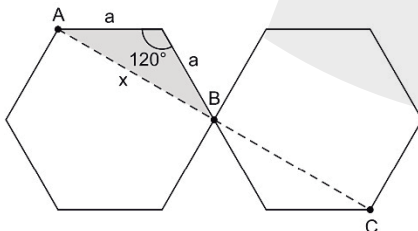
$$x^2 = 144 + 81$$

$$x^2 = 225$$

Portanto, a área total do dado vale:

$$A = 6x^2 = 6 \cdot 225 \therefore A = 1\ 350 \text{ cm}^2$$

28. Valor de x na figura abaixo.



$$x^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120^\circ$$

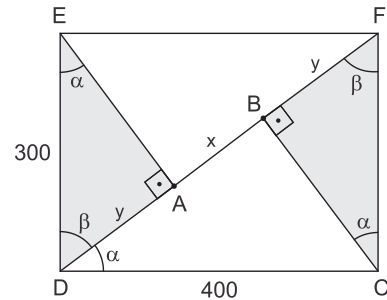
$$x^2 = 2a^2 - 2a^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 = 2a^2 + a^2$$

$$x = \sqrt{3}a$$

Portanto, a distância entre A e C vale: $\overline{AC} = 2\sqrt{3}a$.

29. Os triângulos destacados na figura abaixo são congruentes pelo caso ALA:



Segmento \overline{DF} :

$$\overline{DF} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m}$$

No triângulo ADE, temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{y}{300}$$

No triângulo CFD, temos:

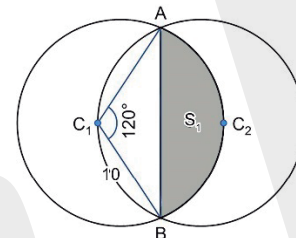
$$\text{sen } \alpha = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Logo: } \frac{y}{300} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = 180 \text{ m}$$

Portanto, a distância entre os postes é de:

$$500 = x + 2 \cdot 180 \therefore x = 140 \text{ m}$$

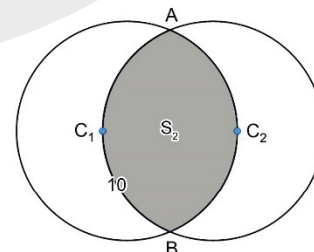
30.



A área S_1 será dada pela diferença entre a área do setor de 120° e a área do triângulo ABC_1 :

$$S_1 = \frac{\pi \cdot 10^2}{3} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \text{sen} 120^\circ$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot 100}{3} - 25 \cdot \sqrt{3}$$



A área S_2 será o dobro da área S_1 :

$$S_2 = 2 \cdot S_1$$

$$S_2 = 2 \cdot \left(\frac{100 \cdot \pi}{3} - 25 \cdot \sqrt{3} \right)$$

Portanto, a área S considerada será dada por: $S = S_r - 2S_c + S_2$, em que S_r é a área do retângulo e S_c é a área de um círculo.

$$S = 20 \cdot 30 - 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \frac{100 \cdot \pi}{3} - 50 \cdot \sqrt{3}$$

Fazendo $\pi = 3,14$ e $\sqrt{3} = 1,7$, obtemos:

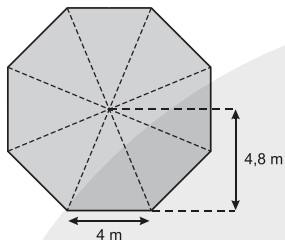
$$S = 600 - 628 + 200 - 85$$

$$S \approx 87 \text{ m}^2$$

Portanto, serão necessários 5 galões.

31. NULA – Questão anulada no gabarito oficial.

A área do octógono é dada por:



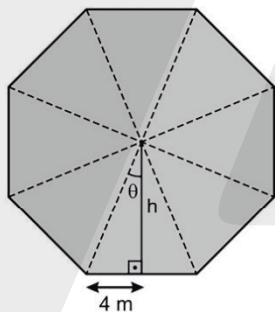
$$A = 8 \cdot \frac{4 \cdot 4,8}{2} \therefore A = 76,8 \text{ m}^2$$

Porém, o valor da altura h não é compatível com um octógono regular, pois:

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{360^\circ}{8} = 22,5^\circ$$

$$\text{tg} 22,5^\circ = \frac{4}{h}$$

$$h \approx 9,7 \text{ m}$$



32. Temos que:

$$\widehat{FG} = \frac{30^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 2r = \frac{\pi r}{3}$$

$$\widehat{GH} = 2r - r = r$$

$$\widehat{HI} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{\pi r}{3}$$

Portanto:

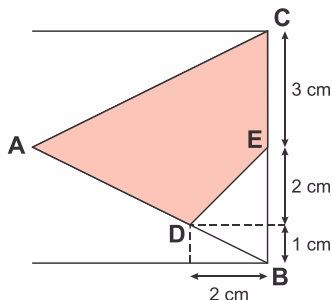
$$\widehat{FG} + \widehat{GH} + \widehat{HI} = \frac{2\pi r}{3} + r$$

33. A área pedida será dada pela diferença entre as áreas do triângulo ABC e do triângulo DBE:

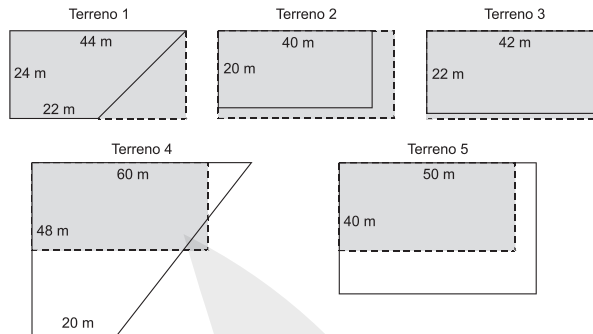
$$A = \frac{6 \cdot 6}{2} - \frac{3 \cdot 2}{2}$$

$$A = 18 - 3$$

$$A = 15 \text{ cm}^2$$

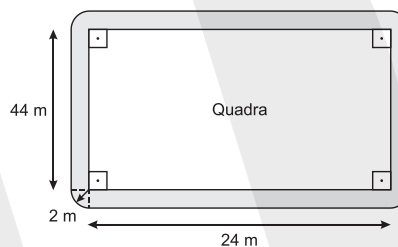


34. Para que as condições da quadra sejam satisfeitas, a sua área deve equivaler à de um retângulo de 44 m x 24 m. Sobrepondo a área necessária (hachurada) às áreas dos terrenos, ficamos com as seguintes configurações:



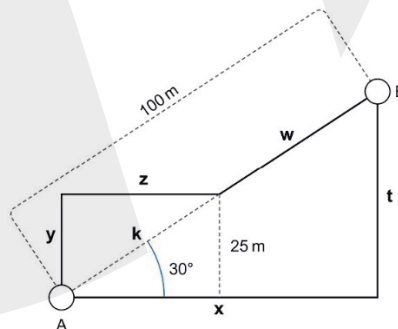
Portanto, o terreno 5 é o único que atende todas as exigências para a construção da quadra.

Obs.: a rigor, a área de preservação exterior à quadra deveria ser da seguinte forma:



A simplificação da área total reservada para a quadra com um retângulo não interfere na resolução do problema.

35. Chamando de x, y, z, w, t e k as medidas dos trechos indicados, temos:



$$y = 25 \text{ m}$$

$$x = 100 \cdot \cos 30^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$$

$$k \cdot \sin 30^\circ = 25 \Rightarrow k \cdot \frac{1}{2} = 25 \Rightarrow k = 50 \text{ m}$$

$$z = 50 \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$$

$$w = 100 - 50 = 50 \text{ m}$$

$$t = 100 \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ m}$$

Temos duas opções de caminho:

$$y + z + w = 25 + 25\sqrt{3} + 50 = 75 + 25\sqrt{3} = 25 \cdot (3 + \sqrt{3}) \text{ m}$$

ou $x + t = 50 \cdot \sqrt{3} + 50 = 50 \cdot (1 + \sqrt{3}) \text{ m}$.

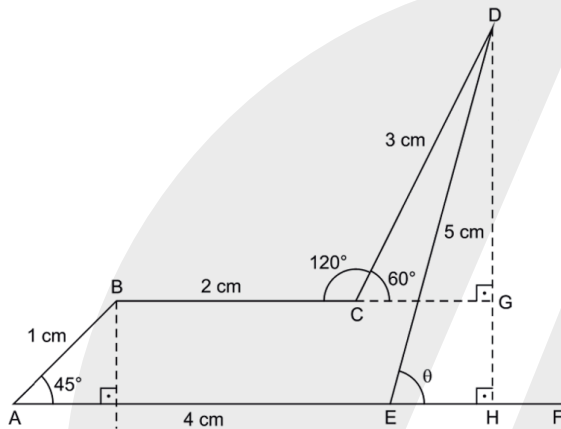
Portanto, a menor distância possível é: $25(3 + \sqrt{3}) \text{ m}$.

36. Do enunciado, sabemos que:

$$1 + 2 + 3 + \overline{DE} + 4 = 15 \Rightarrow \overline{DE} = 5 \text{ cm}$$

$$\widehat{DCG} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Da figura abaixo, também concluímos que:



$$\text{sen}45^\circ = \frac{\overline{BI}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{BI}}{1} \Rightarrow \overline{BI} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm} = \overline{GH}$$

$$\text{sen}60^\circ = \frac{\overline{DG}}{\overline{CD}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{DG}}{3} \Rightarrow \overline{DG} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

$$\overline{DH} = \overline{GH} + \overline{DG} = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

Logo:

$$\text{sen}\theta = \frac{\overline{DH}}{\overline{DE}} = \frac{\frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2}}{5} \therefore \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{10}$$

37. Lado da cerca triangular: $\ell_t = \frac{k}{3}$

$$\text{Área do jardim triangular: } A_t = \frac{\ell_t^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{k^2 \sqrt{3}}{36}$$

$$\text{Lado da cerca quadrangular: } \ell_q = \frac{k}{4}$$

$$\text{Área do jardim quadrangular: } A_q = \ell_q^2 = \frac{k^2}{16}$$

$$\text{Lado da cerca hexagonal: } \ell_h = \frac{k}{6}$$

$$\text{Área do jardim hexagonal: } A_h = 6 \cdot \frac{\ell_h^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{k^2 \sqrt{3}}{24}$$

Logo, a forma de hexágono regular resulta na maior área, cujo

valor é: $\frac{k^2 \sqrt{3}}{24}$.

38. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo AOB, obtemos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 - 2 \cdot \overline{AO} \cdot \overline{BO} \cdot \cos\left(180^\circ - \frac{45^\circ}{3} - 45^\circ\right)$$

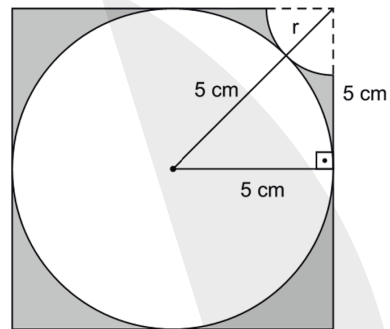
$$\overline{AB}^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ$$

$$\overline{AB}^2 = 25 + 100 - 100 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\overline{AB}^2 = 175$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{7} \text{ m}$$

39. Raio do um quarto de círculo removido:



$$5 + r = 5\sqrt{2}$$

$$r = 5 \cdot 1,4 - 5$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

Área da base da peça:

$$A = 10 \cdot 10 - \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2$$

$$A = 100 - 25\pi - \pi$$

$$A = 100 - 24 \cdot 3,1$$

$$A = 25,6 \text{ cm}^2$$

Volume da peça:

$$V = 25,6 \cdot 4$$

$$V = 102,4 \text{ cm}^3$$

Quantidade de estanho na peça:

$$V = 102,4 \cdot 0,33 \cong 33,79 \text{ cm}^3$$

► Thiago Pacífico

EXERCÍCIOS PARA SALA							
1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	A	B	E	B	E	C
9	10	11	12	13	14	15	
D	B	A	C	D	D	E	

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	A	E	A	E	B	C	C	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	D	E	B	C	B	A	C	E	A

COMENTÁRIOS:

- Calculando o número de possibilidades para se colocar cinco pessoas no primeiro carro e 4 pessoas no segundo carro, temos:

$$C_{9,5} \cdot C_{4,4} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} \cdot 1 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!} \dots}{5! \cdot 24} = 126$$

- Combinação de peixes e mariscos:
 - 7 tipos de peixes: escolher 3 diferentes.
 - 5 tipos de mariscos: escolher 2 diferentes.

Calculando as combinações:

- Peixes: $C(7, 3) = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

- Mariscos: $C(5, 2) = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$

Total de combinações: $35 \cdot 10 = 350$

- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-------|
| | | | A | | |
| 5 | x | 5 | x | 4 | = 100 |
 - | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-------|
| | | | B | | |
| 5 | x | 5 | x | 4 | = 100 |
 - | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-------|
| | | | C | | |
| 5 | x | 5 | x | 4 | = 100 |
 - | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-------|
| | | | D | | |
| 6 | x | 5 | x | 4 | = 100 |

Logo: (I) ou (II) ou (III) ou (IV) = $100 + 100 + 100 + 120 = 420$.

- De acordo com o enunciado com as condições impostas, temos duas possibilidades de análise:

I.

Pastor alemão	Vira-lata	Labrador	Buldogue
Mingau ou Nuvem	Soneca ou Fumaça		
2	2	2	1

Neste primeiro caso, há 2 possibilidades de nomeação para o Pastor alemão e duas para o Vira-lata. Escolhidos dois nomes, restam 2 possibilidades para o Labrador e 1 para o Buldogue, segue que há $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 8$ formas de nomear os cachorros neste caso.

II.

Pastor alemão	Vira-lata	Labrador	Buldogue
Fumaça	Soneca		
1	1	2	1

No segundo caso, há somente 1 possibilidade de nomeação para o Pastor alemão e, conseqüentemente, somente 1 para o Vira-lata também. Escolhidos dois nomes, restam 2 possibilidades para o Labrador e 1 para o Buldogue, segue que há $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$ formas de nomear os cachorros neste caso.

Assim, há $8 + 2 = 10$ formas de distribuir os nomes entre os cachorros.

- | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|
| Marcela | | | | | |
| $C_{13,5}$ | | | | | |

$$C_{13,5} = \frac{13!}{5! \cdot 8!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8!} = 1287$$

- Total de equipes com 5 profissionais que podem ser formadas:

$$C_{12,5} = \frac{12!}{5! \cdot 7!} = 792$$

Total de equipes formadas só com médicos:

$$C_{5,5} = \frac{5!}{5! \cdot 0!} = 1$$

Total de equipes formadas só com enfermeiros:

$$C_{7,5} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = 21$$

Portanto, o total de equipes com pelo menos um médico e pelo menos um enfermeiro será dado por:

$$792 - 1 - 21 = 770$$

- Possibilidades para a escolha de um fisioterapeuta:

$$C_{3,1} = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$$

Possibilidades para a escolha de dois traumatologistas:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

Possibilidades para a escolha de 4 enfermeiros:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

Portanto, o número de equipes de plantão que podem ser formadas será dado por:

$$3 \cdot 10 \cdot 6 = 180$$

8. $P(\text{genética}) = 1\%$

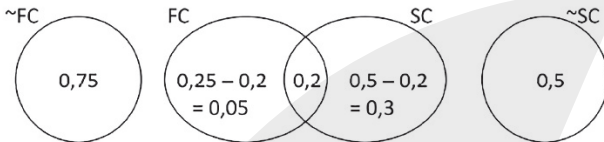
$P(\text{não genética}) = 99\%$

gen.	~gen.	~gen.
1	99	99
100	100	100

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{99}{100} \cdot \frac{99}{100} \cdot 3 = \frac{29\ 403}{1\ 000\ 000} = 0,029403 = 2,94\%$$

↙ Possibilidade

9.



Logo:

$P(\sim FC) = 0,75$

$P(FC) = 0,25$

$P(SC) = 0,5$

$P(\sim SC) = 0,5$

$P(FC \cap SC) = 0,2$

$P(FC \cap \sim SC) = 0,05$

$P(\sim FC \cap SC) = 0,3$

a) $P(FC \cap \sim SC) + P(\sim FC \cap SC) + P(FC \cap SC) = 0,05 + 0,3 + 0,2 = 0,55$.

b) $P(FC) = 0,25$.

c) $P(SC \cap \sim FC) = 0,3$.

d) $P(FC \cap \sim SC) = 0,05$.

e) $P(\sim SC) = 0,5$.

10. Utilizando apenas as teclas 1, 2, 5, 7 e 0, há 5 algarismos e 10 letras possíveis. Logo, o número de senhas diferentes é:

$$\underbrace{5}_{A} \cdot \underbrace{4}_{A} \cdot \underbrace{10}_{L} \cdot \underbrace{9}_{L} \cdot \underbrace{8}_{L} = 14\ 400$$

11.

$$A = \frac{6}{10} \begin{cases} \text{atrasou} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{24}{100} = 24\% \\ \text{não atrasou} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{36}{100} = 36\% \end{cases}$$

$$B = \frac{4}{10} \begin{cases} \text{atrasou} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{100} = 12\% \\ \text{não atrasou} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{100} = 28\% \end{cases}$$

Ana não se atrasou: $36\% + 28\% = 64\%$

Ana não atrasou e escolheu o trajeto B: 28%

$$\text{Prob.} = \frac{28\%}{64\%} = \frac{28}{64} = \frac{7}{16}$$

12. Probabilidade de não ocorrer nenhuma face vermelha nos 2 lançamentos:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

Sendo assim, a probabilidade de um cliente receber um desconto é igual a:

$$1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

13. Vende: $0,4 = 40\%$

Não vende: $0,6 = 60\%$

1ª Solução:

Calcula-se o que não pode:

~vende	~vende	~vende
--------	--------	--------

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{216}{1\ 000}$$

Então: $1 - \frac{216}{1\ 000} = \frac{784}{1\ 000} = 0,784$

2ª Solução:

vende	vende	vende
-------	-------	-------

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{64}{1\ 000}$$

vende	não vende	não vende
-------	-----------	-----------

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times 3 = \frac{432}{1\ 000}$$

possibilidades

vende	vende	não vende
-------	-------	-----------

$$\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times 3 = \frac{288}{1\ 000}$$

possibilidades

Então: $\frac{64}{1\ 000} + \frac{432}{1\ 000} + \frac{288}{1\ 000} = \frac{784}{1\ 000} = 0,784$

14. A probabilidade pedida é dada por: $p = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5} = 20\%$.

15. A questão pede para calcular o total de siglas possíveis formadas por três letras diferentes retiradas do nome da fruta "abacaxi".

Temos 5 letras distintas: A, B, C, X, I.

Precisamos escolher 3 letras distintas dessas 5 disponíveis e organizar em diferentes ordens.

Como a ordem importa (pois estamos formando siglas), usamos a fórmula de arranjo simples:

$$A(n, p) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Em que:

- $n = 5$ (total de letras distintas)
- $p = 3$ (número de letras escolhidas)

$$A(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!}$$

Expandindo os fatoriais:

$$A(5, 3) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$

Cancelamos o 2!:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

O total de siglas possíveis é 60, que corresponde à alternativa [C].

16. Completando as informações da tabela, encontramos:

Estudantes	Opção 1	Opção 2	Total
Mulheres	4	9	13
Homens	7	10	17
Total	11	19	30

Sendo $\frac{13}{30}$ a probabilidade do sorteado ser uma mulher, $\frac{11}{30}$

a probabilidade do sorteado ter feito a opção 1 e $\frac{4}{30}$ a probabilidade de uma mulher ter feito a opção 1, podemos concluir

que a resposta é $\frac{13}{30} + \frac{11}{30} - \frac{4}{30} = \frac{2}{3}$.

17. Para ir de P a R, por qualquer trajeto, há 8 segmentos horizontais e 3 verticais. Assim, o número de caminhos possíveis é igual

$$a) P_{11}^{(8,3)} = \frac{11!}{8! \cdot 3!} = 165.$$

Por outro lado, para ir de P a R, passando por Q, existem

$$P_6^{(5)} \cdot P_5^{(3,2)} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 60 \text{ possibilidades.}$$

Em consequência, a resposta é $165 - 60 = 105$.

18. Número total de maneiras de retirar 3 notas dentre as 7:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$$

Número de maneiras de retirar 3 notas com a soma resultando em um valor menor que 50 reais (caso em que são retiradas 3 notas dentre as de 2, 5, 10 ou 20 reais):

$$C_{4,3} = \frac{4!}{1!3!} = 4$$

Portanto, a quantidade procurada de maneiras é de: $35 - 4 = 31$.

19. Os filhos poderão ser:

Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.

Logo, a probabilidade será:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%.$$

20. Calculando:

$$P(x) = P_{10}^9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3^9} = \frac{10 \cdot 2}{3^{10}}.$$