Cursos de Férias 2026

Matemática e suas Tecnologias

GABARITOS

Matemática

Alfredo Castelo

EXERCÍCIOS DE SALA				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
D	A	A	E	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
A	E	C	A	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	B	C	D	D

COMENTÁRIOS:

1. Seja P a projeção do ponto D no plano da base do prisma. No triângulo DPM, temos:

$$\text{tg}60° = \frac{\overline{DP}}{\overline{PM}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{12}{\overline{PM}} \Rightarrow \overline{PM} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

Sendo assim, o lado do hexágono regular da base vale:

$$2\ell = 4\sqrt{3}$$
$$\ell = 2\sqrt{3}\text{ cm}$$

E a área da base vale:

$$A = \frac{6\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6(2\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = 18\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

Logo, o volume do prisma é igual a:

$$V = A \cdot h = 18\sqrt{3} \cdot 12$$
$$\therefore V = 216\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

Resposta correta: D

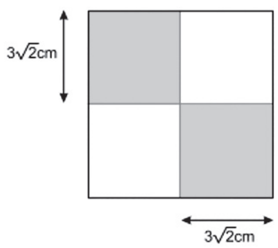
2. Calculando os volumes de cada prisma, obtemos:

$$V_I = \frac{5 \cdot 12}{2} \cdot 2 \Rightarrow V_I = 60\text{ m}^3$$
$$V_{II} = \frac{10^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2 = \frac{100 \cdot 1,7}{2} \Rightarrow V_{II} = 85\text{ m}^3$$
$$VIII = 6^2 \cdot 2 \Rightarrow V_{III} = 72\text{ m}^3$$
$$V_{IV} = \pi \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 \Rightarrow V_{IV} = 75\text{ m}^3$$

Obs.: o triângulo de lados 5, 12 e 13 é retângulo. Logo, o modelo a ser escolhido é o I.

Resposta correta: A

3. O valor máximo de **x** se dá na iminência de sobreposição entre os cubos, o que pode ser observado na figura abaixo, que representa a visão frontal de uma face menor do paralelepípedo.



Sendo assim, o volume do prisma remanescente é de:

$$V = 20 \cdot (6\sqrt{2})^2 - 2(3\sqrt{2})^3$$
$$V = 20 \cdot 36 \cdot 2 - 2 \cdot 27 \cdot 2\sqrt{2}$$
$$\therefore V = 36(40 - 3\sqrt{2})\text{cm}^3$$

Resposta correta: A

4. Quantidade de cubos menores para cada cubo maior:

$V_{maior} = V_{menor}$

$(2a)^3 = n \cdot a^3$

$n = 8$

Economia de material:

$$\frac{8\ A_{menor} - A_{maior}}{8\ A_{menor}} \cdot 100\% = \frac{8 \cdot 6a^2 - 6 \cdot (2a)^2}{8 \cdot 6a^2} \cdot 100\% = 50\%$$

Resposta correta: E

5. Volume total de água quando a caixa está cheia:

$$1,5\text{ dm} \cdot 2,5\text{ dm} \cdot 2\text{ dm} = 7,5\text{ dm}^3 = 7,5\text{ L}$$

Como a água despejada deve ser de 5 L, a soma dos volumes das garrafas deve ser de: 7,5 L – 5 L = 2,5 L

Logo, a quantidade de garrafas deve ser igual a:

$$\frac{2,5\text{ L}}{300\text{ mL}} = \frac{2,5\text{ L}}{0,3\text{ L}} \cong 8,3$$

Ou seja, devem ser colocadas, no máximo, 8 garrafas.

Resposta correta: B

6. O volume da P_1 é dado por $V_{P_1} = \frac{A_b \cdot h}{3}$, para isso, a área da base é $A_b = 6 \cdot \frac{L^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Assim, $V_{P_1} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 3}{3} = 6\sqrt{3}\text{ cm}^3$. Fazendo o mesmo procedimento para a P_2, a área da base é $A_b = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot R^2 = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ e seu volume é $V_{P_2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 3}{3} = 3\sqrt{3}\text{ cm}^3$. Por fim, a diferença entre os volumes é $3\sqrt{3}\text{ cm}^3$.

Resposta correta: A

7. Sendo **h** e H, respectivamente, as alturas do cilindro de raio **r** e R, da igualdade entre as áreas laterais, obtemos:

$$2\pi rh = 2\pi RH$$
$$h = \frac{RH}{r}$$

Da relação entre os volumes, chegamos a:

$$\pi r^2 h = \frac{4}{9}\pi R^2 H \Rightarrow r^2 \cdot \frac{RH}{r} = \frac{4}{9}R^2 H \Rightarrow r = \frac{4}{9}R \therefore \frac{R}{r} = \frac{9}{4}$$

Resposta correta: E

8. Volume do recipiente cilíndrico:

$$V_{rec} = \pi R^2 h = \pi \cdot 20^2 \cdot 100$$
$$V_{rec} = 40\,000\pi \text{ cm}^3$$

Volume do gás adquirido:

$$V_{gás} = 12 \cdot 40\,000\pi \text{ cm}^3 = 480\,000\pi \text{ cm}^3$$

Volume de cada pacote com 5 balões:

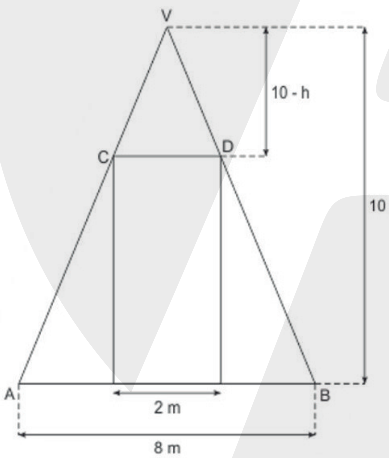
$$V_{pac} = 5 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = 5 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 15^3$$
$$V_{pac} = 22\,500\pi \text{ cm}^3$$

Número de pacotes necessários:

$$N = \frac{480\,000\pi}{22\,500\pi} \cong 21{,}33$$

Ou seja, serão necessários ao menos 22 pacotes.
Resposta correta: C

9. Utilizando a vista lateral da imagem, por semelhança entre os triângulos VCD e VAB, obtemos:



$$\frac{10-h}{10} = \frac{2}{8}$$
$$10 - h = 2{,}5 \therefore h = 7{,}5 \text{ m}$$

Resposta correta: A

10. Comprimento mínimo da aresta da base para acomodar a maior torta: $2 \cdot 16$ cm + $2 \cdot 1$ cm = 34 cm.
Diferença entre o comprimento da aresta da base da caixa nova e da caixa antiga: 34 cm – 14 cm = 20 cm.
Resposta correta: E

11. A caixa deve possuir dimensões de 6d x 4d x 4d. E a área de papelão a ser usado é:

$$A_{total} = 2 \cdot \underbrace{(6d \cdot 4d + 4d \cdot 4d)}_{A_{lateral}} + \underbrace{6d \cdot 4d}_{A_{base}} + \underbrace{2 \cdot 6d \cdot 2d}_{A_{abas\ grandes}} + \underbrace{2 \cdot 4d \cdot 2d}_{A_{abas\ pequenas}}$$

$A_{total} = 80d^2 + 24d^2 + 24d^2 + 16d^2 \therefore A_{total} = 144\ d^2$
Ou seja, a expressão a ser utilizada é a do funcionário 4.
Resposta correta: D

12. Área do setor circular de 120° descrito pelo cone no plano de rotação:

$$A = \frac{120°}{360°} \cdot \pi \cdot 12^2$$
$$A = 48\pi \text{ cm}^2$$

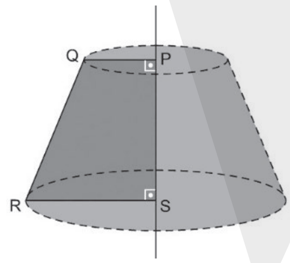
Como essa área equivale à área lateral do cone, o seu raio da base vale:

$$A = \pi r g$$
$$48\cancel{\pi} = \cancel{\pi} r \cdot 12$$
$$r = 4 \text{ cm}$$

Portanto, o diâmetro $\overline{AB}$ da base do cone é igual a 8 cm.
Resposta correta: B

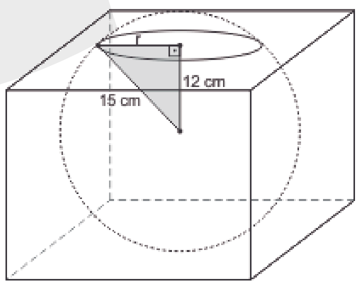
13. O volume original é igual a $\frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \cdot 10 = \frac{160}{3}\pi \text{cm}^3$.
Logo, se **r** é o raio da base dos novos chocolates, então $\frac{81}{100} \cdot \frac{160}{3}\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot 10 \Rightarrow r = 3{,}6$ cm.
Resposta correta: C

14. O sólido obtido é um tronco de cone.



Resposta correta: D

15. Como a esfera tem 30 cm de diâmetro, o comprimento do lado da base quadrada também mede 30 cm. O raio do círculo resultante da interseção entre a esfera e a caixa vale:

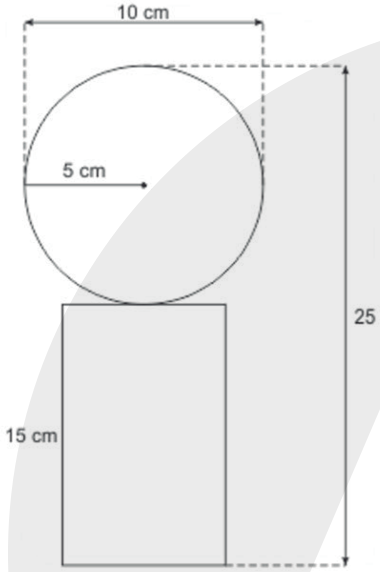


$15^2 = 12^2 + r^2$
r = 9 cm
Logo, a área da tampa da caixa mede: $A = 30^2 - \pi \cdot 9^2$.
Resposta correta: D

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	E	B	D	B	B	C	B	A	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
E	C	A	C	E	B	C	C	D	A

COMENTÁRIOS:

1. De acordo com a figura descrita, a caixa deve ter as dimensões de 10 cm x 10 cm x 25 cm.



Resposta correta: D

2. Volume de água captada na laje:

$$V = 60\ L/m^2 \cdot 450\ m^2 = 27\ 000\ L = 27\ m^3$$

Sendo assim, a altura do reservatório cilíndrico deve ser igual a:

$$\pi \cdot r^2 \cdot h = V$$
$$3 \cdot 1{,}5^2 \cdot h = 27$$
$$\therefore h = 4\ m$$

Resposta correta: E

3. Lado da base do prisma (lado do quadrado cuja diagonal vale 6 cm):

$$\ell\sqrt{2} = 6$$
$$\ell = 3\sqrt{2}\ cm$$

Volume do prisma:

$$V_{prisma} = \ell^2 \cdot h = (3\sqrt{2})^2 \cdot 0{,}3$$
$$V_{prisma} = 5{,}4\ cm^3$$

Volume do cilindro:

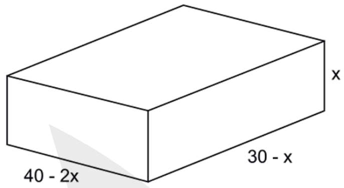
$$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}1 \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 0{,}3$$
$$V_{cilindro} = 8{,}37\ cm^3$$

Volume de ouro necessário para a confecção de 100 medalhas:

$$V_{ouro} = 100 \cdot (8{,}37 - 5{,}4)$$
$$\therefore V_{ouro} = 297\ cm^3$$

Resposta correta: B

4. As dimensões do paralelepípedo (em cm) estão representadas na figura abaixo:



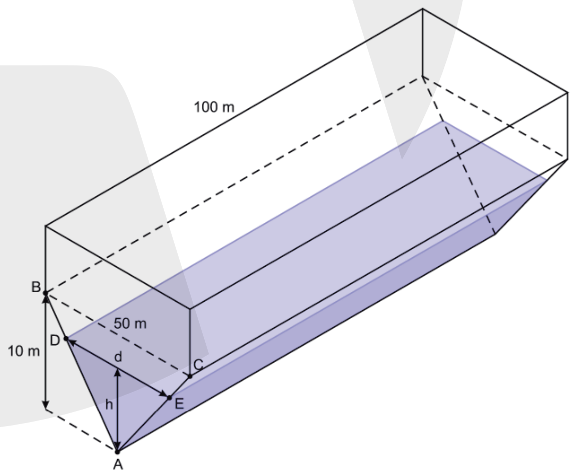
Sendo assim, o valor de **x** é:

$$2\left[(40-2x)(30-x)+x(40-2x)+x(30-x)\right]=1\ 698$$
$$1\ 200-\cancel{40x}-60x+\cancel{2x^2}+\cancel{40x}-\cancel{2x^2}+30x-x^2=849$$
$$x^2+30x-351=0$$
$$x=\frac{-30+\sqrt{2\ 304}}{2}=\frac{-30+48}{2}$$
$$\therefore x = 9\ cm$$

Resposta correta: D

5. Por semelhança entre os triângulos ABC e ADE, temos:

$$\frac{h}{10}=\frac{d}{50} \Rightarrow d = 5h$$



Logo:

$$\frac{5h \cdot h}{2} \cdot 100 = 16\ 000$$
$$h^2 = 64$$
$$\therefore h = 8\ m$$

Resposta correta: B

6. Como o tanque demora 12 horas para ser enchido e o tempo de enchimento de cada compartimento é proporcional ao seu volume, concluímos que o tempo necessário para encher o primeiro compartimento até uma altura de $\frac{H}{2}$ é de:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\,h = 2\,h$$

Analogamente, o tempo necessário para encher o segundo e o terceiro compartimentos até uma altura de $\frac{H}{2}$ é de:

$$\Delta t_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\,h = 4\,h$$

E o tempo para encher o volume restante é de:

$$\Delta t_3 = 12\,h - 2\,h - 4\,h = 6\,h$$

Sendo assim, a altura da coluna de água deve crescer linearmente entre 0 e 2h, permanecer constante entre 2 e 6h, e voltar a crescer linearmente entre 6 e 12h.

Resposta correta: B

7. De acordo com as informações do enunciado, temos:

$(\alpha + 1)^3 - \alpha^3 = 271$

$\alpha^3 + 3\alpha^2 + 3\alpha + 1 - \alpha^3 - 271 = 0$

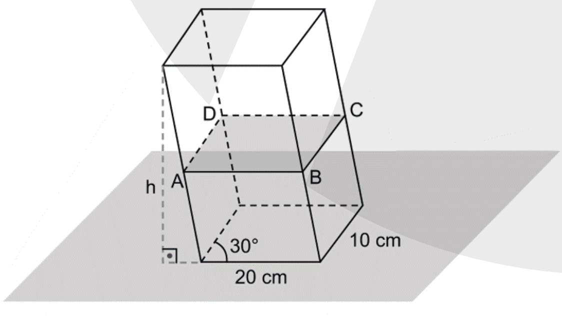
$3\alpha^2 + 3\alpha - 270 = 0$

$\alpha^2 + \alpha - 90 = 0 \Rightarrow \alpha = 9$ ou $\alpha = -10$ (não convém)

$\therefore \boxed{\alpha = 9}$

Resposta correta: C

8. De acordo com as informações do problema, podemos representar o prisma da seguinte forma:



Calculando, inicialmente, a área da base, temos:

$$A_b = 20 \cdot 10 \cdot \text{sen}30° \Rightarrow A_b = 200 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow A_b = 100\,cm^2$$

A altura será dois terços do perímetro da base:

$$h = \frac{2}{3} \cdot (20 + 20 + 10 + 10) \Rightarrow h = 40\,cm$$

Logo, o volume será dado por:

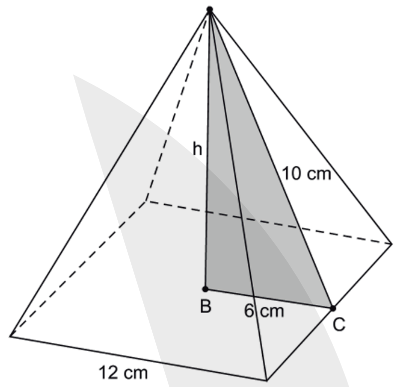
$V = A_b \cdot h$

$V = 100 \cdot 40$

$V = 4\,000\,cm^3$

Resposta correta: B

9. Como $\overline{AC} + \overline{CB} = 16\,cm$ e $\overline{CB} = \frac{12\,cm}{2} = 6\,cm$, $\overline{AC} = 16\,cm - 6\,cm = 10\,cm$. Logo, a altura da pirâmide vale:



$h^2 = 10^2 - 6^2$

$h = \sqrt{64}$

$h = 8\,cm$

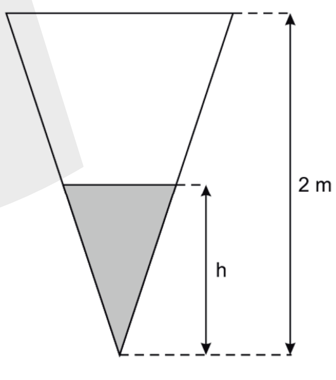
Portanto, o volume da pirâmide é igual a:

$$V = \frac{12^2 \cdot 8}{3}$$

$$V = 384\,cm^3$$

Resposta correta: A

10. Volume da pirâmide de altura h ($h \leq 2$ m):



$\left(\frac{h}{2}\right)^3 = \frac{V}{0{,}24}$

$V = 0{,}03h^3$

Dividindo os dois lados da equação por **t** e utilizando a vazão dada, chegamos a:

$$\frac{V}{t} = \frac{0{,}03h^3}{t} \Rightarrow 0{,}015 = \frac{0{,}03h^3}{t} \Rightarrow 0{,}5t = h^3 \Rightarrow \therefore h = \sqrt[3]{\frac{t}{2}}$$

Resposta correta: A

11. Volume da embalagem cilíndrica:

$V = \pi r^2 h$

$V = 3 \cdot 3^2 \cdot 15$

$V = 405\,cm^3$

Aresta da embalagem cúbica:

$a^3 = 0{,}8 \cdot 405 = 324$

$a = \sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot 4}$

$\therefore a = 3\sqrt[3]{12}\ cm$

Resposta correta: E

12. Como os raios externo e interno da bola são, respectivamente, iguais a 10 cm e 9 cm, o seu volume vale:

$$V = \frac{4\pi\left(10^3 - 9^3\right)}{3} = \frac{1\,084\pi}{3}\,cm^3$$

Sendo assim, a quantidade **x** de chocolate utilizado foi de:

$1\,g$ —— $0{,}75\,cm^3$

x —— $\frac{1\,084\pi}{3}\,cm^3$

$\frac{3x}{4} = \frac{1\,084\pi}{3}$

$\therefore x = \frac{4\,336\pi}{9}\,cm^3$

Resposta correta: C

13. Volume de cunha esférica

- Diâmetro da cúpula = 12 m → raio r = 6
- Ângulo central = 60°
- Fórmula do volume da cunha: $V = \frac{\theta}{360°} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$

Substituindo os valores:

$V = \frac{60}{360} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3$

$V = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 216$

$V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 288$

$V = \frac{1}{6} \cdot 3{,}14 \cdot 288 \approx 150{,}72$

Resposta correta: A

14. O raio, **r**, do círculo é tal que:

$$\pi \cdot r^2 = 9{,}42 \Rightarrow r \cong \sqrt{\frac{9{,}42}{3{,}14}} \Rightarrow r \cong \sqrt{3}\ m$$

Logo, se ℓ é a medida da aresta do tetraedro, então $\operatorname{sen} 60° = \frac{\frac{\ell}{2}}{r} \Leftrightarrow \ell = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \ell = 3\,m.$

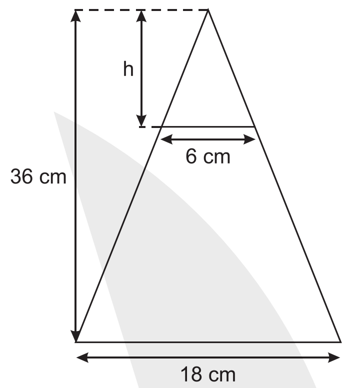
A resposta é $4 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ m^2.$

Resposta correta: C

15. Calculando a razão entre o volume retirado e o volume da esfera, temos: $\frac{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 0{,}1}{\frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3}} = \frac{0{,}3}{R} = \frac{0{,}3}{6} = 0{,}05 = 5\%.$

Resposta correta: E

16. Altura do cone removido:



$\frac{h}{36} = \frac{6}{18} \Rightarrow h = 12\,cm$

Volume do tronco de cone:

$V_{tronco} = \frac{\cancel{\pi} \cdot 9^2 \cdot 36}{\cancel{3}} - \frac{\cancel{\pi} \cdot 3^2 \cdot 12}{\cancel{3}}$

$V_{tronco} = 2\,916 - 108$

$V_{tronco} = 2\,808\,cm^3$

Volume do cilindro removido:

$V_{cilindro} = \pi \cdot 3^2 \cdot (36 - 12)$

$V_{cilindro} = 3 \cdot 9 \cdot 24$

$V_{cilindro} = 648\,cm^3$

Volume da escultura:

$V = 2\,808 - 648$

$V = 2\,160\,cm^3$

Massa da escultura:

$d = \frac{m}{V}$

$0{,}6 = \frac{m}{2\,160} \therefore m = 1\,296\,g$

Resposta correta: B

17. A altura mínima da nova embalagem deve ser igual a:

$V_{paralelepípedo} = V_{cilindro} + 400$

$16^2 \cdot h = \pi \cdot 8^2 \cdot 20 + 400$

$2\,56h = 3\,840 + 400$

$h = 16{,}56\,cm$

Ou seja, de, aproximadamente, 17 cm.

Resposta correta: C

18. O cone original tem volume: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. A seção é feita a $\frac{h}{2}$ da base. Isso forma um cone menor semelhante com altura $\frac{h}{2}$ e raio proporcional $\left(\text{também } \frac{R}{2}\right)$. O volume do cone menor:

$$V_{menor} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{24}\pi R^2 h$$

O volume do cone original corresponde a:

$$V_{maior} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

A parte entre o cone menor e o original (tronco) tem volume:

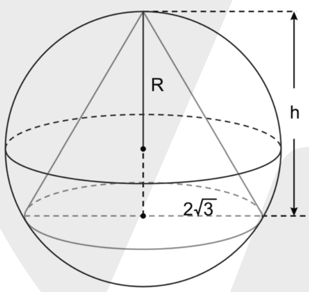
$$V_{tronco} = V_{maior} - V_{menor} = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{24}\pi R^2 h = \frac{7}{24}\pi R^2 h$$

Razão dos volumes:

$$\frac{V_{menor}}{V_{tronco}} = \frac{\frac{1}{24}\pi R^2 h}{\frac{7}{24}\pi R^2 h} = \frac{1}{24} \cdot \frac{24}{7} = \frac{1}{7}$$

Resposta correta: C

19.



A secção meridiana de um cone equilátero é um triângulo equilátero. Portanto, a altura do cone equilátero será a altura de um triângulo equilátero cujo lado mede o dobro do raio:

$$h = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 \text{ cm}$$

O raio da esfera circunscrita no cone será de dois terços da altura do cone:

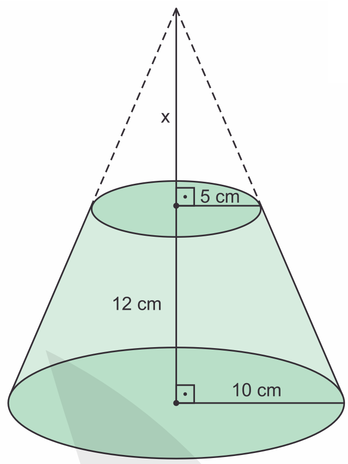
$$R = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \text{ cm}$$

O volume V da esfera será dado por:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{256 \cdot \pi}{3} \text{ cm}^3$$

Resposta correta: D

20. Calculando o volume de um dos troncos de cone, obtemos:



$$\frac{x}{x+12} = \frac{5}{10} \Rightarrow 2x = x + 12 \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 24}{3} - \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} \Rightarrow V = 700\pi \text{ cm}^3$$

Portanto, o volume do vaso vale:

$$V_{vaso} = 2 \cdot 700\pi \text{ cm}^3 = 1\,400\pi \text{ cm}^3$$

Resposta correta: A

Jardel Almeida

EXERCÍCIOS DE SALA							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
C	C	C	C	C	D	C	C
9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	
B	D	C	C	C	B	A	

COMENTÁRIOS:

1. Seja a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, dada por $f(x) = a \cdot b^x$, com $a > 0$ e $1 \neq b > 0$. Logo, se $f(1) = 120$ e $f(3) = 480$, então:

$$\left| \begin{array}{l} a \cdot b = 120 \\ a \cdot b^3 = 480 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} a = 60 \\ b = 2 \end{array} \right.$$

Queremos calcular $f(2)$.
Portanto, segue que a resposta é $f(2) = 60 \cdot 2^2 = 240$.
Resposta correta: C

2. Sabendo que $N(1) = 3N_0$, temos $3N_0 = N_0e^{k1} \Leftrightarrow e^k = 3$.
Em consequência, temos:

$$N(5) = N_0e^{k5} = N_0(e^k)^5 = N_0 3^5 = 243\ N_0$$

Resposta correta: C

3. Tem-se que, dado $0 < a < 1$, temos $a^\alpha < a^\beta$ se, e somente se, $\alpha > \beta$, quaisquer que sejam α e β reais. Logo, sendo $0 < X < 1$, vem $X^3 < X^2 < X < X^{\frac{1}{2}} < X^{\frac{1}{3}}$.
Em consequência, podemos afirmar que o terceiro país obteve o maior IDH.
Resposta correta: C

4. Se $f(0) = 60\,000$, então $b = 60\,000$. Ademais, sabendo que $f(1) = 54\,000$, vem:

$$54\,000 = 60\,000 \cdot a^1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{10}$$

Por conseguinte, a resposta é:

$$f(2) = 60\,000 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \text{R\$ } 48\,600{,}00.$$

Resposta correta: C

5. Substituindo os pontos (0, 100) e (20, 40) do gráfico na equação dada:

$$\begin{cases} a + 80b^0 = 10 = 100 \quad \text{(I)} \\ a + 80b^{20} = 40 \quad \text{(III)} \end{cases}$$

De (I), obtemos:

$$a + 80 \cdot 1 = 100$$
$$\therefore a = 20$$

Substituindo este resultado em (II), vem:

$$20 + 80b^{20} = 40$$

$$b^{20} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

$$(b^{20})^{\frac{1}{20}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{20}}$$

$$b = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{20}}$$

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{10}} \therefore b = (0{,}5)^{\frac{1}{10}}$$

Resposta correta: C

6. Pondo K(m) = 6 563, temos:

$$81 \cdot 3^{\frac{1}{3}m} + 2 = 6\,563 \Leftrightarrow 3^4 \cdot 3^{\frac{1}{3}m} = 3^8 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{3}m} = 3^4 \Leftrightarrow m = 12.$$

Resposta correta: D

7. Substituindo as informações do enunciado na equação dada, obtemos:

$$M_2 - 6{,}9 = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E_2}{\frac{E_2}{10}}\right) \Rightarrow M_2 - 6{,}9 = \frac{2}{3}\log(10) \Rightarrow M_2 - 6{,}9 = \frac{2}{3} \cdot 1 \Rightarrow$$

$$M_2 = 6{,}9 + 0{,}7 \therefore M_2 = 7{,}6$$

Resposta correta: C

8. Para n = 80 dB, obtemos:

$$80 = 20\log\left(\frac{P}{2 \cdot 10^{-5}}\right)$$

$$4 = \log\left(\frac{P}{2 \cdot 10^{-5}}\right)$$

$$10^4 = \frac{P}{2 \cdot 10^{-5}} \therefore P = 2 \cdot 10^{-1}\ N/m^2$$

Resposta correta: C

9. Nível de intensidade do som da nova máquina:

$N = \log_{10} 1^{10} - \log_{10} 1_0^{10}$

$N = \log_{10}(8 \cdot 10^{-8})^{10} - \log_{10}(10^{-12})^{10}$

$N = \log_{10}\left(\dfrac{8 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}}\right)^{10}$

$N = \log_{10}(2^3 \cdot 10^4)^{10}$

$N = \log_{10} 2^{30} + \log_{10} 10^{40}$

$N = 30 \cdot \log_{10} 2 + 40 \cdot \log_{10} 10$

$N = 30 \cdot 0{,}3 + 40 \cdot 1$

$N = 49$ dB

Resposta correta: B

10. O tempo necessário, em dias, para que a planta atinja 30 centímetros de altura é dado por:

$$30 = 5 \cdot \log_2(t+1) \Leftrightarrow 2^6 = t+1 \Leftrightarrow t = 63$$

Por outro lado, o tempo para que ela atinja 40 centímetros é, em dias, igual a:

$$40 = 5 \cdot \log_2(t+1) \Leftrightarrow 2^8 = t+1 \Leftrightarrow t = 255$$

A resposta é 255 – 63 = 192.

Resposta correta: D

11. Sendo i = 0,0132 ao mês, temos:

$$P < 0,75 \cdot V \Leftrightarrow P < 0,75 \cdot P(1+i)^n \Leftrightarrow (1,0132)^n > \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \ell n(1,0132)^n > \ell n\frac{4}{3} \Rightarrow n \cdot 0,0131 > 0,2877$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{2\,877}{131} \Leftrightarrow n > 21 + \frac{126}{131}$$

Como o menor inteiro maior do que $21 + \frac{126}{131}$ é 22, a primeira parcela que poderá ser antecipada com a 30ª é a (30 + 22)ª = 52ª.

Resposta correta: C

12. Em 1986, o número de transistores por centímetro quadrado era igual a $\frac{100\,000}{0,25} = 400\,000$.

Desse modo, o número de transistores ao longo do tempo constitui uma progressão geométrica de primeiro termo $4 \cdot 10^5$ e razão 2. Ademais, se **n** é o número de períodos de 2 anos após 1986, então:

$$4 \cdot 10^5 \cdot 2^n \geq 10^{11} \Leftrightarrow 2^{n+2} \geq 10^6$$

$$\Leftrightarrow \log 2^{n+2} \geq \log 10^6 \Rightarrow (n+2) \cdot 0,3 \geq 6 \Leftrightarrow n \geq 18$$

A resposta é 1986 + 2 · 18 = 2022.

Resposta correta: C

13. Organizando os valores em ordem crescente, temos:

Cidades	Velocidade de referência (MB/s)
C3	320
C5	340
C9	350
C10	360
C2	380
C6	380
C1	390
C4	390
C7	390
C8	400

Os termos centrais são C2 e C6, ambos valendo 380. Sendo assim, a mediana dos termos (velocidade a ser adotada em MB/s) é:

$$\frac{380 + 380}{2} = 380$$

Resposta correta: C

14. Médias de cada personagem:

$$M_I = \frac{10+8+7+3+4}{5} = 6,4$$

$$M_{II} = \frac{3+6+10+6+4}{5} = 5,8$$

$$M_{III} = \frac{5+5+5+6+9}{5} = 6$$

$$M_{IV} = \frac{7+7+7+7+1}{5} = 5,8$$

Portanto, os possíveis personagens escolhidos são o I e o III.

Resposta correta: B

15. Média dos retornos mensais:

$$\mu = \frac{3\% + 15\% + 6\% + 9\% + 12\%}{5} = 9\%$$

Desvio padrão dos retornos mensais:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(3\%-9\%)^2 + (15\%-9\%)^2 + (6\%-9\%)^2 + (9\%-9\%)^2 + (12\%-9\%)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{18\%} \cong 4,24\%$$

Portanto, o risco desse tipo de investimento é muito baixo.

Resposta correta: A

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	B	A	B	D	C	A	D	A	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
C	B	D	B	D	C	D	B	D	B

COMENTÁRIOS:

1. Valor (em R$) à vista acrescido de 20%:

$$1,20 \cdot 1\,500 = 1\,800$$

Valor (em R$) de cada parcela:

$$\frac{1\,800}{3} = 600$$

Saldo devedor (em R$) após o pagamento da 1ª parcela:

$$1\,500 - 600 = 900$$

Sendo **i** a taxa mensal de juros, temos o saldo devedor (em R$) após o pagamento da 2ª parcela:

$$(1 + i) \cdot 900 - 600 = 300 + 900i$$

Saldo devedor (em R$) após o pagamento da 3ª parcela:

$$(1 + i)(300 + 900i) - 600 = 900i^2 + 1\,200i - 300$$

Como esse saldo deve ser nulo, temos que:

$$900i^2 + 1200i - 300 = 0$$
$$3i^2 + 4i - 1 = 0$$
$$i = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{-4 \pm 5{,}29}{6}$$
$$i = 0{,}215 \text{ ou } i = -1{,}55 \text{ (não convém)}$$

Portanto, a taxa mensal de juros vale 21,5%.

Resposta correta: D

2. Tem-se que o valor à vista é dado por

$$\frac{202}{1{,}01} + \frac{204{,}02}{(1{,}01)^2} = 200 + 200 = R\$\ 400{,}00$$

Resposta correta: B

3. Calculando:
Parcela = P
No ato da 6ª parcela:

$$P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} = P \cdot \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2}\right]$$

Resposta correta: A

4. Sendo y(0) = 0,5, temos $a^{0-1} = 0{,}5 \Leftrightarrow a = 2.$
Assim, queremos calcular o valor de **t** para o qual se tem y(t) = 0,5 + 7,5 = 8, ou seja, $2^{t-1} = 8 \Leftrightarrow t = 4.$

Resposta correta: B

5. Desde que $20\text{min} = \frac{1}{3}\text{h}$, temos $p\left(\frac{1}{3}\right) = 40 \cdot 2^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 80.$

Portanto, após 20min, a população será duplicada.

Resposta correta: D

6. Do gráfico, tem-se que o saldo devedor inicial é R$ 500,00. Além disso, como a capitalização é composta, podemos concluir que a parcela mensal de juros é variável. Finalmente, supondo uma taxa de juros constante e igual a 10% ao mês, teríamos, ao final de 6 meses, um saldo devedor igual a $500 \cdot (1{,}1)^6 \cong$ R$ 885,78. Portanto, comparando esse resultado com o gráfico, podemos afirmar que a taxa de juros mensal é superior a 10%.

Resposta correta: C

7. Temos que:

$$P = 4 \cdot \log[-K \cdot (t + 1) \cdot (t - 19)]$$
$$P = 4 \cdot \log[-K \cdot (t^2 - 18t - 19)]$$

O maior valor de K ocorrerá para o valor mínimo de $t^2 - 18t - 19$, que equivale a:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-19)}{4 \cdot 1} = -100$$

Logo:

$$10 = 4 \cdot \log[-K \cdot (-100)]$$
$$2{,}5 = \log[100\,K]$$
$$10^{2,5} = 100\,K$$
$$K = \frac{10^{2,5}}{10^2} \;\therefore\; K = 10^{0,5}$$

Resposta correta: A

8. Os decréscimos anuais obedecem a razão de:

$$\frac{21\,870}{24\,300} = \frac{24\,300}{27\,000} = 0{,}9$$

Sendo assim, ao final de seis anos, o valor de mercado do carro será de:

$$V(6) = 27\,000 \cdot 0{,}9^5 = 15\,943{,}23$$

Ou seja, de aproximadamente R$ 15,9 mil.

Resposta correta: D

9. Tem-se que:

$$f = \frac{A}{r^B} \Leftrightarrow \log f = \log \frac{A}{r^B}$$
$$\Leftrightarrow \log f = \log(A) - \log r^B$$
$$\Leftrightarrow Y = \log(A) - B \cdot \log r$$
$$\Leftrightarrow Y = \log(A) - B \cdot X$$

Resposta correta: A

10. Tem-se que:

$$Q(t) = Q_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5\,730}} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{5\,730}} = \frac{Q_0}{Q(t)}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2^{\frac{t}{5\,730}} = \log_2 \frac{Q_0}{Q(t)} \Leftrightarrow t = 5\,730 \log_2 \frac{Q_0}{Q(t)}$$

Como a função $\log_2 x$ é crescente, o fóssil mais antigo é aquele que tiver a maior razão $r_i = \frac{Q_0}{Q(t)}$. Portanto, sendo $r_1 = \frac{128}{32} = 4$, $r_2 = \frac{256}{8} = 32$, $r_3 = \frac{512}{64} = 8$, $r_4 = \frac{1\,024}{512} = 2$ e $r_5 = \frac{2\,048}{128} = 16$, podemos concluir que o fóssil mais antigo é o 2.

Resposta correta: B

11. Sendo:

$$\begin{aligned} M_S &= 3{,}3 + \log(2\,000 \cdot 0{,}2) \\ &= 3{,}3 + \log(2^2 \cdot 10^2) \\ &= 3{,}3 + \log 2^2 + \log 10^2 \\ &= 3{,}3 + 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log 10 \\ &\simeq 3{,}3 + 0{,}6 + 2 \simeq 5{,}9 \end{aligned}$$

Podemos concluir que o terremoto ocorrido pode ser descrito como Moderado.

Resposta correta: C

12. Se M = R$ 400,00 é o montante desejado e **n** é o número mínimo de meses necessário, então:

$$400 = 200(1 + 0{,}05)^n \Leftrightarrow (1{,}05)^n = 2$$
$$\Leftrightarrow \log(1{,}05)^n = \log^2$$
$$\Leftrightarrow n\log(1{,}05) = \log 2 \Rightarrow n \simeq \frac{0{,}3}{0{,}02} \Rightarrow n \simeq 15$$

Portanto, a pessoa deverá optar pelo Plano B.

Resposta correta: B

13. Calculando:

$P_{máx} = 400$

$$400 = \frac{5\,000 \cdot 1{,}013^n \cdot 0{,}013}{(1{,}013^n - 1)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 400 \cdot (1{,}013^n - 1) = 65 \cdot 1{,}013^n$

$\Rightarrow 400 \cdot 1{,}013^n - 400 = 65 \cdot 1{,}013^n$

$335 \cdot 1{,}013^n = 400 \Rightarrow 1{,}013^n = \frac{400}{335}$

$\Rightarrow \log 1{,}013^n = \log\left(\frac{400}{335}\right)$

$\Rightarrow n \cdot \log 1{,}013 = \log 400 - \log 335$

$n \cdot 0{,}005 = 2{,}602 - 2{,}525 \Rightarrow n = 15{,}4 \Rightarrow 16$ parcelas

Resposta correta: D

14. Desde que $\log ab = \log a + \log b$, $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$ e $\log a = b \Leftrightarrow a = 10^b$, para quaisquer **a** e **b** reais positivos, temos:

$$8{,}9 = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) \Leftrightarrow \log\left(\frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}\right) = 13{,}35$$
$$\Leftrightarrow \log E - \log 7 \cdot 10^{-3} = 13{,}35 \Leftrightarrow \log E = 13{,}35 + \log 7 - 3\log 10$$
$$\Rightarrow \log E = 13{,}35 + 0{,}84 - 3 \Rightarrow E = 10^{11{,}19} \text{ kWh}$$

Resposta correta: B

15. A temperatura, T, da liga após **t** horas é dada por $T = 3\,000 \cdot (0{,}99)^{2t}$. Por conseguinte, o tempo necessário para que a temperatura da liga atinja 30 °C é tal que:

$$3\,000 \cdot (0{,}99)^{2t} = 30 \Leftrightarrow \left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \frac{1}{100}$$
$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{3^2 \cdot 11}{10^2}\right)^{2t} = \log 10^{-2}$$
$$\Leftrightarrow 2t \cdot (2 \cdot \log 3 + \log 11 - 2 \cdot \log 10) = -2$$
$$\Rightarrow t \cdot (2 \cdot 0{,}477 + 1{,}041 - 2) \simeq -1 \Rightarrow t \simeq \frac{1}{0{,}005} \Rightarrow t \simeq 200$$

Resposta correta: D

16. Organizando as taxas de pobreza em ordem crescente, obtemos: (23,72%, 24,93%, 25,08%, 25,48%, 26,05%, 26,51%, 26,79%, 26,86%, 27,36%, 29,62%).

Como há um número par de termos, a mediana é dada por:

$$M_{ed} = \frac{26{,}05\% + 26{,}51\%}{2} = 26{,}28\%$$

Resposta correta: C

17. Sendo **m**, **s** e **n**, respectivamente, a média das alturas, a soma das alturas e o número de alunos, sabemos que $m = \frac{s}{n}$. Sendo assim, para a situação inicial, temos que:

$$1{,}66 = \frac{s}{n} \Rightarrow s = 1{,}66n$$

Após a entrada dos 2 novos alunos, teremos:

$$1{,}67 = \frac{s + 1{,}75 + 1{,}85}{n + 2}$$

Logo:

$$1{,}67 = \frac{1{,}66n + 1{,}75 + 1{,}85}{n + 2}$$

$1{,}67n + 3{,}34 = 1{,}66n + 3{,}6$

$0{,}01n = 0{,}26$

$n = 26$

Ou seja, a nova equipe possui 28 alunos.

Resposta correta: D

18. Organizando os dados em ordem crescente, temos:

Mês	Precipitação pluviométrica (mm)
Agosto	40
Julho	44
Junho	50
Maio	71
Setembro	71
Abril	**73**
Outubro	**127**
Novembro	143
Março	161
Dezembro	201
Fevereiro	222
Janeiro	237

Fazendo a média entre os termos centrais (referentes a abril e outubro), obtemos a mediana dos dados:

$$M_e = \frac{73+127}{2} = 100$$

Resposta correta: B

19. Calculando a média, obtemos:

$$M = \frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 50 + 7 \cdot 40}{10+30+30+50+40} = \frac{720}{160} = 4{,}5$$

Resposta correta: D

20. Idade média de todas as pessoas obesas:

$$M = 0{,}7 \cdot 50 + 0{,}3 \cdot 30 = 44$$

Portanto, o nível de investimento recebido foi o II.

Resposta correta: B

Klaiton Barbosa

EXERCÍCIOS DE SALA				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
C	E	A	B	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	C	A	B	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	D	C	C	D

COMENTÁRIOS:

1. Trata-se de uma P.G infinita de razão $\frac{4}{5}$.

$$\left(d, \frac{4d}{5}, \frac{16d}{25}, \frac{64d}{125}, \ldots\right)$$

Logo, a soma destas distâncias será dada por:

$$d + \frac{4d}{5} + \frac{16d}{25} + \frac{64d}{125} + \ldots = \frac{d}{1-\frac{4}{5}} = 5 \cdot d$$

Resposta correta: C

2. As frações equivalentes às áreas sombreadas são termos de uma PG de razão $\frac{1}{2}$, pois:

$$A_1 = \frac{1}{2}$$
$$A_2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
$$A_3 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$
$$\vdots$$
$$A_n = \frac{1}{2^n}$$

Dessa forma, a fração que representa a região sombreada da figura 8 vale:

$$A_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$$

E a fração que representa a região não sombreada vale:

$$A_8' = 1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}$$

Resposta correta: E

3. Aplicando a fórmula da PG infinita, chegamos a:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{15}{1-\frac{1}{4}} = \frac{15}{\frac{3}{4}} = 20$$

Resposta correta: A

4. Como os preços decrescem a uma taxa de R$ 0,60, os valores pagos são termos de uma PA cujo 10º termo vale:

$$a_{10} = a_1 + (10-1) \cdot r$$
$$a_{10} = 36{,}80 + 9 \cdot (-0{,}60)$$
$$a_{10} = 31{,}40$$

Portanto, o valor total pago pela cliente foi de:

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(36,80 + 31,40) \cdot 10}{2} \therefore S_{10} = \text{R\$ } 341,00$$

Resposta correta: B

5. A cada aumento de 50%, a área reflorestada fica multiplicada por um fator de 1 + 0,5 = 1,5. Logo, ao final de **n** anos, a expressão algébrica para a área total reflorestada é dada por:

$$A_n = 500 \cdot 1,5^{n-1}$$

Resposta correta: B

6. As idades dos gatos a partir do 15º ano são termos de uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 76 e razão igual a 4. Ao completar 38 anos (24º termo da sequência), a idade do gato equivale à idade humana de:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{24} = 76 + (24-1) \cdot 4$$

$$a_{24} = 76 + 92 \therefore a_{24} = 168 \text{ anos}$$

Resposta correta: D

7. Número atribuído ao lote da família Dias:

$$D = \frac{139 + 183}{2} = 161$$

Razão da PA da rua de cima:

r = 161 – 139 = 22

Sendo assim, o número atribuído ao lote da família Costa é:

$$C = 139 - 2 \cdot 22 = 95$$

Resposta correta: C

8. A sequência descrita é uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 3 e razão 2. Sendo assim, o seu vigésimo termo é igual a:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{20} = 3 \cdot 2^{20-1}$$

$$a_{20} = 3 \cdot 2^{19}$$

Resposta correta: A

9. **Observação:** para resolver esta questão, é necessário considerar que os grupos formados terão a mesma quantidade de pessoas e que serão compostos necessariamente por moças e rapazes.
O maior número de grupos é dado pelo máximo divisor comum entre 30 e 45, cujo valor é:

$$\text{mdc}(30, 45) = \text{mdc}(2 \cdot 3 \cdot 5, 3^2 \cdot 5) = 3 \cdot 5 = 15$$

Dessa forma, o número de moças e rapazes em cada grupo será de:

$$N_{\text{moças}} = \frac{30}{15} = 2 \qquad N_{\text{rapazes}} = \frac{45}{15} = 3$$

Resposta correta: B

10. Após 2 meses (60 dias), o número de flexões executadas terá chegado a:

$$a_{60} = a_1 + (60-1) \cdot r$$

$$a_{60} = 20 + 59 \cdot 5$$

$$a_{60} = 315$$

E a soma das flexões terá sido igual a:

$$S_{60} = \frac{(a_1 + a_{60}) \cdot 60}{2}$$

$$S_{60} = \frac{(20 + 315) \cdot 60}{2} \therefore S_{60} = 10\ 050$$

Resposta correta: E

11. A razão da progressão aritmética é 126 – 120 = R$ 6,00.
Sendo S_{24} a soma dos valores das 24 parcelas e a_{19} o valor da 19ª parcela, tem-se que a resposta é:

$$S_{24} - a_{19} = \left(120 + \frac{23 \cdot 6}{2}\right) \cdot 24 - (120 + 18 \cdot 6)$$

$$= 4\ 536 - 228$$

$$= \text{R\$ } 4\ 308,00.$$

Resposta correta: D

12. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte sequência:
(1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, ...)
Portanto:
[I] Correta, o sexto termo é 32.
[II] Correta, pois 1 + 2 + 2 + 4 + 8 = 17, que é um número primo.
[III] Correta, o quarto termo é quatro, portanto, os demais serão múltiplos de 4.

Resposta correta: D

13. O menor tempo decorrido para que os três relógios batam simultaneamente é dado por:

$$\text{MMC}(10, 25, 48) = \text{MMC}(2 \cdot 5, 5^2, 2^4 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 = 1\ 200$$

Ou seja, o tempo é de 1 200min, o que equivale a $\frac{1\ 200}{60} = 20\text{h}$.

Resposta correta: C

14. Para que os quadrados se encaixem perfeitamente na bandeira sem sobreposição entre eles, o valor de seu lado deve ser divisor dos lados da bandeira. E o maior valor possível é dado pelo máximo divisor comum entre esses lados. Logo:

$$\text{MDC}(272, 416) = \text{MDC}(2^4 \cdot 17, 2^5 \cdot 13) = 2^4 = 16$$

Portanto, o maior lado que esses quadrados podem ter é 16 cm.
Resposta correta: C

15. O encontro se dará em um número de dias igual a:

$$\text{mmc}(9,\ 21) = \text{mmc}(3^2,\ 3 \cdot 7)$$

$$= 3^2 \cdot 7$$

$$= 63$$

Resposta correta: D

EXERCÍCIOS PROPOSTOS				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
E	E	B	E	B
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	C	D	D	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	B	C	E	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
E	D	C	C	B

COMENTÁRIOS:

1. De acordo com as informações do problema, temos uma P.A de razão 2:
(5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...)
Portanto, o número de clientes no final de junho de 2023 será o sexto termo da P.A., ou seja, 15.
Resposta correta: E

2. Soma dos tempos de Wesley, Flávio e Luiz:
3min36s – 60s = 2min36s = 156s
Sendo **x** o tempo de Wesley, temos que:
$x+(x+2)+(x+4)=156$
$3x+6=156$
$3x=150$
$x=50s$
Portanto, o tempo de Luiz foi de:
50s + 4s = 54s
Resposta correta: E

3. Utilizando a PA para representar as idades das mulheres, obtemos:
$(\text{Ana}, \text{Bia}, \text{Cássia}, \text{Dalva})=(x-3r, x-r, x+r, x+3r)$
$x-\cancel{3r}+x-\cancel{r}+x+\cancel{r}+x+\cancel{3r}=140$
$4x=140 \Rightarrow x=35$
$(\text{Ana}, \text{Bia}, \text{Cássia}, \text{Dalva})=(35-3r, 35-r, 35+r, 35+3r)$
Da PG, sabemos que a idade de Dalva deve ser o dobro da idade de Bia. Logo:
$(35-r)\cdot 2=35+3r$
$70-2r=35+3r$
$5r=35$
$r=7$
Portanto, a idade de Dalva é:
$x+3r=35+3\cdot 7=56$ anos
Resposta correta: B

4. O número de páginas lidas por dia cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 10 e razão igual a 2. Logo, segue que a resposta é dada por:
$\left(\dfrac{10+10+19\cdot 2}{2}\right)\cdot 20=(10+19)\cdot 20=580$
Resposta correta: E

5. O número de lados de cada polígono cresce segundo a progressão aritmética: $(4, 6, 8, \ldots, 2n+2, \ldots)$.
Queremos calcular a_{100}. Logo, temos: $a_{100}=2\cdot 100+2=202$.
Resposta correta: B

6. O número de acessos cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 152 e razão igual a 2. Queremos calcular a_{10}. A resposta é: $a_{10}=a_5+5r=160+5\cdot 2=170$.
Resposta correta: B

7. Utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PA, temos:
$S_n=\dfrac{(a_1+a_n)n}{2}$
$180=\dfrac{(24+48)n}{2}$
$180=36n \Rightarrow n=5$
Portanto, havia 5 amigos nesse grupo.
Resposta correta: C

8. Os decréscimos anuais obedecem à razão de:
$\dfrac{21\,870}{24\,300}=\dfrac{24\,300}{27\,000}=0{,}9$
Sendo assim, ao final de seis anos, o valor de mercado do carro será de: $V(6)=27\,000\cdot 0{,}9^5=15\,943{,}23$.
Ou seja, de aproximadamente R$ 15,9 mil.
Resposta correta: D

9. A sequência de intensidades luminosas corresponde a uma progressão geométrica de razão $\dfrac{2}{3}$. Sendo assim, a intensidade luminosa correspondente à profundidade de 6 m (sétimo termo da PG) é igual a:
$a_n=a_1\cdot q^{n-1}$
$a_7=L_0\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{7-1} \therefore a_7=\dfrac{64}{729}L_0$
Resposta correta: D

10. O tempo necessário para completar as 10 primeiras voltas é dado pela soma da PG de 10 termos e de razão 0,95. Logo:
$S_{10}=\dfrac{a_1(q^{10}-1)}{q-1}$
$S_{10}=\dfrac{120\cdot(0{,}95^{10}-1)}{0{,}95-1}$
$S_{10}=\dfrac{120\cdot(-0{,}4)}{-0{,}05} \therefore S_{10}=960s$
Resposta correta: C

11. Como a razão das massas perdidas a cada trimestre é de $\dfrac{1}{2}$, a massa total que a pessoa poderá perder é dada por:

$$M = \frac{a_1}{1-q} = \frac{14}{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow M = 28\,\text{kg}$$

Logo, a massa da pessoa se aproximará de:
95 kg – 28 kg = 67 kg
Resposta correta: D

12. As notas das provas podem ser escritas como $\left\{x, \frac{3x}{2}, \frac{9x}{4}\right\}$.

Logo:
$$\frac{9x}{4} - x = 5 \Rightarrow \frac{5x}{4} = 5 \Rightarrow x = 4$$

Portanto, a maior nota foi: $\frac{9}{4} \cdot 4 = 9.$

Resposta correta: B

13. Teremos a seguinte sequência de dias de natação:
(Sáb, qua, dom, qui, seg, sex, ter, sáb, qua...)

O padrão se repete a cada 7 vezes. E:
$100 = 98 + 2 = 7 \cdot 14 + 2$

Ou seja, na 98ª vez, Paulo vai nadar numa terça-feira (último dia da sequência). Após 2 outras vezes – na 100ª –, Paulo vai nadar numa quarta-feira.
Resposta correta: C

14. O número de pessoas contaminadas cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 100 e razão 1,2. Portanto, segue que a resposta é $100 \cdot (1{,}2)^5 \cong 249$.
Resposta correta: E

15. A resposta é $1\,300 \cdot 2^{\frac{12}{4}} = 1\,300 \cdot 8 = 10\,400$.
Resposta correta: C

16. A coincidência ocorrerá após mmc(30, 360, 480) = 1 440min = 24h, ou seja, às 7h do dia 6/12/99.
Resposta correta: E

17. X e Y terão folga simultânea $\text{mmc}(6, 7) + 1 = 42 + 1 = 43$ dias após a segunda-feira da 1ª semana.
Resposta correta: D

18. Basta calcular o M.M.C.(12, 16, 20) = 240.

12	16	20	2
6	8	10	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	240

Resposta correta: C

19. A área de um ladrilho retangular de 30 cm por 40 cm é $30 \cdot 40 = 1\,200\ \text{cm}^2$, enquanto a área de um ladrilho quadrado de 50 cm de lado é $50^2 – 2\,500\ \text{cm}^2$.
Portanto, a menor área que pode ter essa parede, sem que haja espaço ou superposição entre os ladrilhos, é dada por $\text{mmc}(1\,200, 2\,500) = 30\,000\,\text{cm}^2 = 3{,}0\,\text{m}^2$.
Resposta correta: C

20. A medida da aresta dos cubos de mesmo volume que preenchem completamente o paralelepípedo retângulo da figura é dada por mdc(8, 36, 20) = 4. Portanto, o resultado pedido é dado por:
$$\frac{8}{4} \cdot \frac{36}{4} \cdot \frac{20}{4} = 2 \cdot 9 \cdot 5 = 90.$$
Resposta correta: B

Marcos Paulo

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	A	A	C	A	E	E	A	A	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
D	C	D	E	D	B	C	B	E	B
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
C	A	B	D	B	A	C	A	C	A
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
C	E	A	B	E	E	C	A	D	D
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
D	C	B	D	E	C	D	A	E	B
51	**52**	**53**	**54**	**55**					
A	B	D	C	D					

COMENTÁRIOS:

1. Distância total = $14{,}9 \cdot 10^7 + 7{,}6 \cdot 2 \cdot 10^7$
$= 30{,}1 \cdot 10^7$ cm
$= 30{,}1 \cdot 10^2$ km
$= \boxed{3\,010 \text{ km}}$

Resposta correta: D

2. $E = \dfrac{D_{desenho}}{D_{real}}$

Altura real do espaço destinado ao refrigerador:

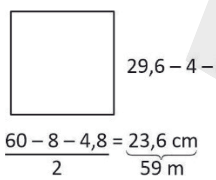
$\dfrac{1}{50} = \dfrac{3{,}8}{x} \Rightarrow x = 190$ cm

Largura real do espaço destinado ao refrigerador:

$\dfrac{1}{50} = \dfrac{1{,}6}{x} \Rightarrow x = 80$ cm

Altura do refrigerador:
190 cm – 10 cm = 180 cm
Largura do refrigerador:
80 cm – 20 cm = 60 cm
Resposta correta: A

3. Observe cada edifício.
OBS.: 4,8 cm → passarela.

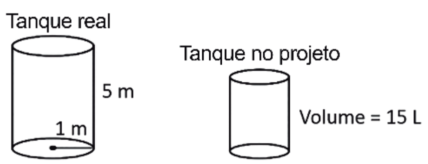


Resposta correta: A

4. Seja **h** a altura real do vaso. Tem-se: $\dfrac{30}{3h} = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow h = \boxed{50 \text{ cm}}$.

Resposta correta: C

5.

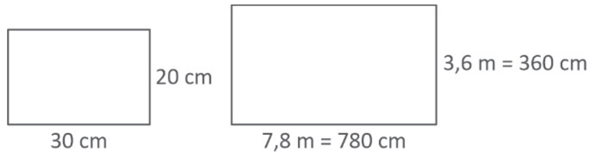


Volume $= \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 15 \text{ m}^3 = 15\,000$ L

$E = \sqrt[3]{\dfrac{15 \text{ dm}^3}{15\,000 \text{ dm}^3}} = \boxed{\dfrac{1}{10}}$

Resposta correta: A

6. Observe.



A razão entre as alturas é igual a $\dfrac{20}{360} = \dfrac{1}{18}$ e a razão entre os comprimentos é igual a $\dfrac{30}{780} = \dfrac{1}{26}$. Podemos perceber que na escala $\dfrac{1}{18}$, o comprimento no desenho será igual a $\dfrac{780}{18} \cong 43$ cm (absurdo, pois o desenho possui apenas 30 cm).

Logo a escala a ser utilizada deve ser $\dfrac{1}{26}$.

Resposta correta: E

7. Dados: D = 75 g/m^2 e área = $0{,}062 \text{ m}^2$.

$D = \dfrac{M}{A} \Rightarrow 75 = \dfrac{M}{0{,}062} \Rightarrow M = 75 \cdot 0{,}062 \Rightarrow$

$M = 4{,}65$ g (massa de uma folha)
Massa total = $4{,}65 \cdot 20\,000$
Massa total = 93 000 g = $\boxed{93 \text{ kg}}$

Resposta correta: E

8.

Custo	Quadrado da abertura
R$ 1 600,00	20^2
P	25^2

$\dfrac{1\,600}{P} = \left(\dfrac{20}{25}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{1\,600}{P} = \dfrac{16}{25} \Rightarrow \boxed{P = \text{R\$ } 2\,500{,}00}$

Resposta correta: A

9. A questão já apresenta a relação entre as grandezas tempo e pessoas. Tomando apenas um grupo como referência, pois todos terminaram no mesmo tempo, temos:

Tempo ↓	↑ Pessoas
4	3
x	2

$\dfrac{4}{x} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow \boxed{x = 6}$

Logo, o tempo necessário será de 6 segundos.
Resposta correta: A

10.

Volume	Altura
$9\ m^3$	3 m
$13,5\ m^3$	h

$\frac{9}{13,5} = \frac{3}{h}$ $h = 4,5$ m (Aumento de 1,5 m)

Resposta correta: A

11. A quantidade **x** de água a ser adicionada para que a porcentagem de álcool passe a ser de 40% é tal que:

$\frac{700}{1\,000 + x} = 0,4$

$400 + 0,4x = 700$

$x = \frac{300}{0,4} \therefore x = \boxed{750\ mL}$

Resposta correta: D

12. Dividindo $\frac{R\$\ 2\,025,00}{15} = R\$\ 135,00$ (custo para cada andar).

Constante de proporcionalidade = $\frac{135}{80 + 2 \cdot 50 + 3 \cdot 30} = \frac{135}{270} = \frac{1}{2}$

Logo $y = 50 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow R\$\ 25,00.$

Resposta correta: C

13. Quando o ponteiro das horas se desloca 50°, o ponteiro dos minutos avança 100 min. Então, 6h50min + 100min = $\boxed{8h20min}$.

Resposta correta: D

14. Quantidade de calor = constante · $\frac{1}{m}$ · s · k · m² · K

$W \cdot \cancel{s} = constante \cdot \cancel{s} \cdot k \cdot m \cdot K$

$k = \frac{W}{m \cdot K} = \boxed{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$

Resposta correta: E

15. Inicialmente, devemos perceber que as duas máquinas existentes no clube podam 8 000 m² ÷ 200 m².
Utilizando a ideia de regra de três simples, verificamos que:

Nº de máquinas	Tempo (horas)
2	40
x	5

Portanto, $\frac{x}{2} = \frac{40}{5} \Rightarrow \boxed{x = 16}$.

Como já existem duas máquinas no clube, será necessária a solicitação de mais $\boxed{14\ \text{máquinas}}$.

Resposta correta: D

16.

Funcionários	Peças	Dias
10 ↓	150 ↓	30 ↑
Q	200	20

$\frac{10}{Q} = \frac{\cancel{150}}{\cancel{200}} \cdot \frac{\cancel{20}}{\cancel{30}}$

$\boxed{Q = 20\ \text{funcionários}}$

Resposta correta: B

17. Cálculo da constante de proporcionalidade:

$$k = \frac{540\,000}{400\,000 + 300\,000 + 200\,000} = \frac{540\ \cancel{000}}{900\ \cancel{000}} \Rightarrow k = \frac{3}{5}$$

Logo, o lucro do cardiologista é igual a

$$\frac{3}{5} \cdot 400\,000 \Rightarrow R\$\ 240\,000,00.$$

Resposta correta: C

18.

Dias	Horas/Dia	Máquina	Hectares/Hora
120 ↑	10 ↑	20 ↓	2 ↑
100	12	Q	4

$\frac{20}{Q} = \frac{\cancel{100}}{\cancel{120}} \cdot \frac{\cancel{12}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}}$

$2Q = 20 \Rightarrow \boxed{Q = 10\ \text{máquinas}}$

Resposta correta: B

19.

Ovos	Dias	Ração	Temperatura	Luminosidade
20 ↓	$\cancel{n}$	1 ↓	1 ↓	1 ↓
Q	$\cancel{n}$	1,5	$\frac{4}{5}$	2,5

$\frac{20}{Q} = \frac{1}{1,5} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \cdot \frac{1}{\cancel{2,5}}$

$Q = 20 \cdot 1,5 \cdot 2 = \boxed{60\ \text{ovos}}$

Resposta correta: E

20.

Funcionários	Horas/Dia	Peças/Dia
200 ↓	8 ↓	5000 ↓
120	6	Q

$\frac{500}{x} = \frac{8}{6} \cdot \frac{\cancel{200}}{\cancel{120}}$

$2Q = 4\,500 \Rightarrow \boxed{Q = 2\,250}$

Resposta correta: B

21. A → 650 mil
B → 350 mil
Valor a ser dividido: 200 mil

$$\frac{A}{650\,000} = \frac{B}{350\,000} \Rightarrow \frac{A}{13} = \frac{B}{7} = \frac{A+B}{20} = \frac{200\,000}{20} = 10\,000$$

$A = 130\,000$ e $\boxed{B = 70\,000}$

Resposta correta: C

22. Sendo **k** uma constante de proporcionalidade, temos:
24k + 21k + 20k + 18k + 7k = 67 500
90k = 67 500
K = 750
Logo, cada um dos netos receberá o valor de:
V: 24 · R$ 750,00 = R$ 18 000,00
M: 21 · R$ 750,00 = R$ 15 750,00
J: 20 · R$ 750,00 = R$ 15 000,00
A: 18 · R$ 750,00 = R$ 13 500,00
S : 7 · R$ 750,00 = R$ 5 250,00
Ou seja, Jansen recebeu $\boxed{\text{R\$ 15 000,00}}$.
Resposta correta: A

23. $\dfrac{5A'B' - 3C'D'}{27\cancel{0}} = \dfrac{5 \cdot 80 - 3 \cdot 40}{18\cancel{0}}$
$5A'B' - 3C'D' = \boxed{420 \text{ m}}$
Resposta correta: B

24. Cálculo da constante de proporcionalidade
Ana: $\frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4}$
Renato: $\frac{1}{15} \cdot 3 = \frac{1}{5}$
Carlos: $\frac{1}{40} \cdot 2 = \frac{1}{20}$

Logo,
Ana $\frac{1}{4} \cdot 720\,000 \Rightarrow$ R$ 180 000,00
Renato $\frac{1}{5} \cdot 720\,000 \Rightarrow$ R$ 144 000,00
Carlos $\frac{1}{20} \cdot 720\,000 \Rightarrow$ R$ 36 000,00
Resposta correta: D

25.

<table>
<tr><td colspan="2">Comum</td></tr>
<tr><td>A = 4 + 2k</td><td rowspan="2">4 + 2k > 5 + 1k
K > 1</td></tr>
<tr><td>B = 5 + 1k</td></tr>
<tr><td colspan="2">VIP</td></tr>
<tr><td>A = 8 + 0,6 k</td><td rowspan="2">8 + 0,6 k > 6 + 1,6 k
2 > k
K < 2</td></tr>
<tr><td>B = 6 + 1,6 k</td></tr>
</table>

1 < k < 2
Resposta correta: B

26. Observe as grandezas:

Pintores		Dias		Horas por dia		Porcentagem do serviço	
3 x	↓	4 6	↑	6 8	↑	20 80	↓

$\frac{3}{x} = \frac{\cancel{6}}{4} \cdot \frac{8}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{20\%}}{\cancel{80\%}} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{8}{16}$
$\Rightarrow x = 6$ pintores (3 pintores a mais)
Resposta correta: A

27. Fixo: R$ 20,00
Custo variável: $\frac{5}{2{,}5} = \text{R\$ } 2{,}00/\text{km}$.
Logo, $\boxed{C(x) = 20 + 2x}$.
Resposta correta: C

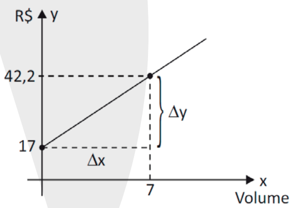
28. Observe:
Por 5 m³ temos uma taxa mínima de R$ 40,00 por mês e excedente a 5 m³, R$ 12,00 por cada m³.
Logo,
V = 40 + (x – 5) · 12, para x > 5
V = 40 + 12x – 60
V = 12 – 20
Resposta correta: A

29. 1ª bomba = $\frac{8 \text{ m}^3}{4\text{h}} = 2 \text{ m}^3/\text{h}$
2ª bomba = 6 m³/h – 2 m³/h = 4 m³/h

1ª + 2ª bomba = $\frac{12 \text{ m}^3}{2\text{h}} = 6 \text{ m}^3/\text{h}$

Tempo = $\frac{20 \text{ m}^3}{4 \text{ m}^3/\text{h}} = 5\text{h}$
Resposta correta: C

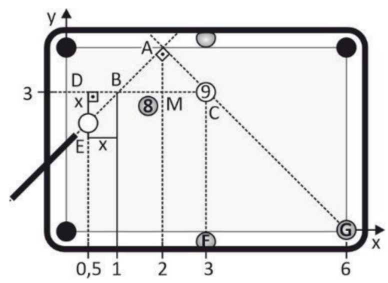
30. y = ax + b
$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{42{,}2 - 17}{7} = \frac{25{,}2}{7} = 3{,}6$
$\begin{cases} a = 36 \\ b = 17 \end{cases}$
$\boxed{y = 3{,}6x + 17}$



Em dezembro, temos (2 · 7 = 14):
Para x = 14 → y = 3,6 · 14 + 17
y = 67,4 (R$ 67,40)
Resposta correta: A

31. $\frac{f(7) - f(4,5)}{2{,}5} = \frac{2 - 0}{2 - (-1)}$
$f(7) - f(4,5) = \boxed{\frac{5}{3}}$
Resposta correta: C

32. Considere a seguinte representação:



Note que os triângulos CAB e CFG são semelhantes. Logo, como $\overline{FC} = \overline{FG}$, tem-se também $\overline{AB} = \overline{AC}$. Sendo M tal que $\overline{BM} = \overline{CM}$, segue que BM = 1 e, portanto, B possui coordenadas (1; 3).

Além disso, da semelhança entre os triângulos ABC e DBE, tem-se DE = DB = 0,5. Logo, as coordenadas da bola branca, em sua posição original, são E = (0,5; 2,5). A ordenada é, portanto, $\boxed{2,5}$.

Resposta correta: E

33. Observe:
n exames:

- $\frac{1}{3}$n não possui convênio, logo o valor arrecadado é igual a $\frac{1}{3}n \cdot 150$.
- $\frac{2}{3}$n possui convênio, logo o valor arrecado é igual a $\frac{2}{3}n \cdot \underbrace{105}_{30\%}$ de desconto

$V = \frac{1}{3}n \cdot 150 + \frac{2}{3}n \cdot 105 = \frac{360\ n}{3} = 120\ n$

Resposta correta: A

34. $4x + 2y = 2\ 000$
$4x = 1\ 000 \qquad x = 250$
$2y = 1\ 000 \qquad y = 500$
Área = $250 \cdot 500 = \boxed{125\ 000\ m^2}$

Resposta correta: B

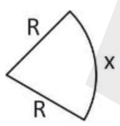
35. Observe as informações.
Q (Quantidade de exames)
P (Preço de cada exame)

$Q = 200 - 5x \quad (x4) \qquad 4Q = 800 - \cancel{20x}$
$P = 400 + 20x \qquad P = 400 + \cancel{20x}$

$4Q + P = 1\ 200$
P = R$ 600,00

Resposta correta: E

36.



$2R + x = 100$

$2R = 50 \Rightarrow \boxed{R = 25}$

Resposta correta: E

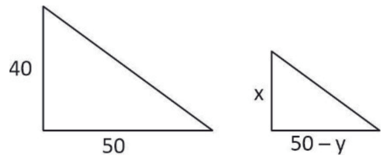
37. Se $y = 60 - 2x$, então $2x + y = 60$
$2x = 30 \Rightarrow x = 15$
$y = 30$

Resposta correta: C

38. $2x + y - 4 = 252$
$2x + y = 256$
$\boxed{x = 64}$
$\boxed{y = 128}$

Resposta correta: A

39.



$\frac{x}{4\cancel{0}} = \frac{50 - y}{5\cancel{0}}$

$5x = 200 - 4y$
$5x + 4y = 200$
$5x = 100 \Rightarrow \boxed{x = 20}$
$4y = 100 \Rightarrow \boxed{y = 25}$

Resposta correta: D

40. $q = 2\ 000 - 40p$
$40p + q = 2\ 000$
$\boxed{q = 1\ 000}$

Resposta correta: D

41. $f(x) = 7x - x^2$
$f(x) + x^2 = 7x$
$f(x) = 3,5x$
$x^2 = 3,5x \Rightarrow x = 3,5$
Logo, $0,90 \cdot 3,5 = \boxed{3,15}$

Resposta correta: D

42.
$t = -0,25d^2 + 2,5d$
$0,25d^2 + t = 2,5d$
$0,25d^2 = 1,25d \qquad t = 1,25d$
$d = 5 \qquad t = 1,25 \cdot 5$
$t = 6,25$

Resposta correta: C

43. Observe.

$\underbrace{30\ C}_{3\ 000} + \underbrace{40\ L}_{3\ 000} = 6\ 000$

$30C = 3\ 000 \Rightarrow C = 100\ m$

$40L = 3\ 000 \Rightarrow L = 75\ m$

Resposta correta: B

44. Quantidade: $Q = 40 - 1x$
Preço: $P = 60 + 10x$

$\begin{cases} Q = 40 - 1x \\ P = 60 + 10x \end{cases}$

$\begin{cases} 10Q = 400 - 10x \\ P = 60 + 10x \end{cases} \ (+)$

$\underbrace{10Q}_{230} + \underbrace{P}_{230} = 460$

$10Q = 230 \Rightarrow Q = 23$

$P = 230$

Resposta correta: D

45. $\begin{cases} P = 50 + 5x \quad (x8) \\ Q = 480 - 8x \ (x5) \end{cases}$

$\begin{cases} 8P = 400 + 40x \\ 5Q = 2\,400 - 40x \end{cases}$

8P + 5Q = 2 800

8P = 1 400 $\Rightarrow$ $\boxed{P = 175{,}00}$

Resposta correta: E

46. $\begin{cases} Q = 50 + 1x \quad (x3) \\ C = 390 - 3x \end{cases}$

$\begin{cases} 3Q = 150 + 3x \\ C = 390 - 3x \end{cases}$

3Q + C = 540
3Q = 270
Q = 90 = 50 + 40
Resposta correta: C

47. P = 60 – x
Q = 18 + 3x
3P = 180 – 3x
Q + 3P = 198
Q = 99
3P = 99 $\Rightarrow$ P = 33
Resposta correta: D

48.

$$\begin{array}{l} P = 20 + x \\ Q = 40 - x \quad (+) \\ \hline \underbrace{P}_{30} + \underbrace{Q}_{30} = 60 \end{array}$$

P = 30
Q = 30
(10 lugares vagos)
Resposta correta: A

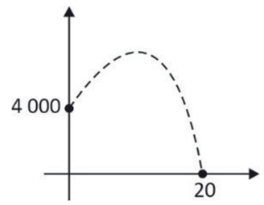
49. **Atenção:** É fundamental observar, no enunciado da questão, que o número de ingressos, o número de pessoas e, consequentemente, a arrecadação e o desconto são dados por números inteiros.

1) Observe a sequência a seguir.

Arrecadação	=	(Número de pessoas) (200)	.	(Preço do ingresso) (20)
Redução de 1 real	$\Rightarrow$	(200 + 1 · 40)	.	(20 – 1 · 1)
Redução de 2 reais	$\Rightarrow$	(200 + 2 · 40)	.	(20 – 2 · 1)
Redução de 3 reais	$\Rightarrow$	(200 + 3· 40)	.	(20 – 3 · 1)
Redução de 4 reais	$\Rightarrow$	(200 + 4 · 40)	.	(20 – 4 · 1)
⋮				
Redução de **x** reais	$\Rightarrow$	(200 + x · 40) = (200 + 40x)	. .	(20 – x · 1) (20 – x)
		= $-40x^2 + 600x + 4\,000$		

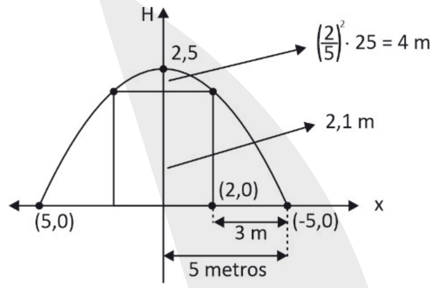
2) Olhando a função arrecada, $A(x) = -40x^2 + 600x + 4\,000$, considere o seguinte:
• A função tem valor máximo;
• O termo independente da função é 4 000.

Assim, não esquecendo a observação feita no início do comentário e dos dados anteriores, temos o gráfico a seguir.



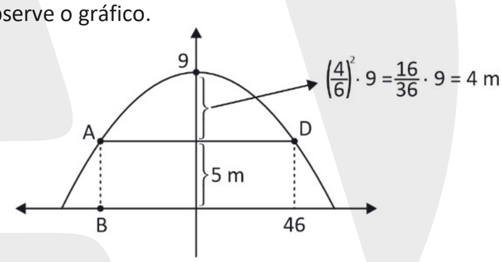
Resposta correta: E

50. Observe o gráfico.



Logo, a altura de cada pilar é igual a 21 m.
Resposta correta: B

51. Observe o gráfico.



$\overline{AD} = 8$ m; $\overline{AB} = 5$ m.

Logo, a área de ABCD = 8 · 5 = 40 m^2.
Resposta correta: A

52. Observe:

$\left(\frac{10}{40}\right)^2 = \frac{1}{16} \to$ Fração complementar: $\frac{15}{16}$

$\frac{15}{16} \cdot 30 = d + 20$

$28{,}125 = d + 20$

$\boxed{d = 8{,}125 \text{ m}}$

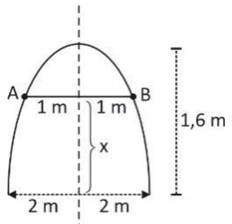
Resposta correta: B

53. $\left(\frac{30}{50}\right)^2 = \frac{9}{25} \to$ Fração complementar: $\frac{15}{25}$

$\frac{16}{25} \cdot H = 16 \Rightarrow \boxed{H = 25 \text{ cm}}$

Resposta correta: D

54. Observe:



$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \text{Fração complementar}: \frac{3}{4}$$

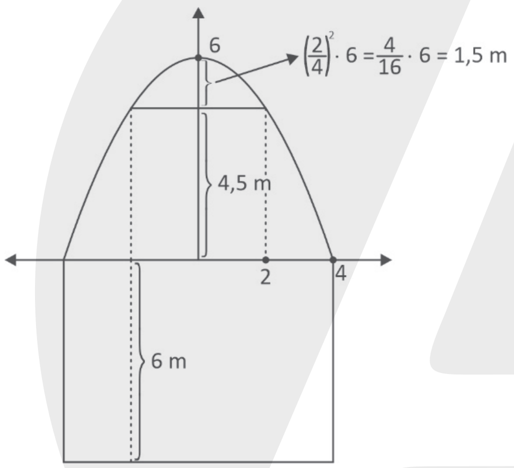
$$\frac{3}{4} \cdot 1{,}6 = x \Rightarrow x = 1{,}2$$

$$x + h = 3{,}2 \Rightarrow h = 2$$

$$H = 2 + 1{,}6 + 0{,}3 = \boxed{3{,}9\ m}$$

Resposta correta: A

55. Observe o gráfico.



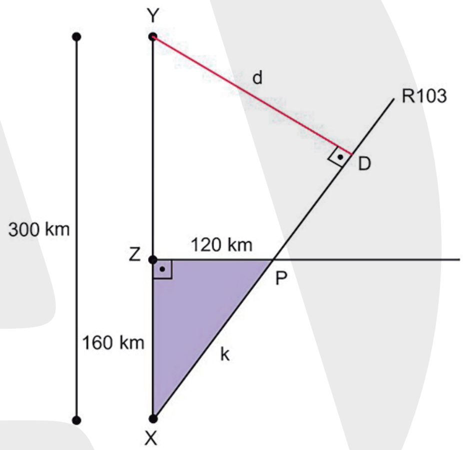
Logo, a altura da coluna é 6 + 4,5 = 10,5 m.
Resposta correta: D

Ricardo Spartani

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
E	B	E	B	C	C	E	D	D	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
E	D	C	B	E	A	E	C	C	E
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
D	E	A	C	D	C	D	C	D	A
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
C	D	D	D	A	B	D	A	B	D
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
C	E	C	B	A	E	E	C	C	*
51	**52**	**53**							
E	E	A							

COMENTÁRIOS:

1.

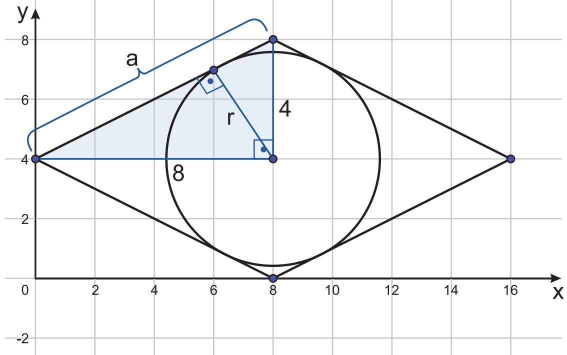


Determinando o valor de **k** no triângulo XZP:
$k^2 = 120^2 + 160^2$
k = 200 km
ΔXZP □ ΔXDY

$$\frac{200}{300} = \frac{120}{d} \Leftrightarrow 2d = 360 \Leftrightarrow d = 180\ km$$

Resposta correta: E

2. Admitindo que **r** seja o raio da circunferência inscrita no losango de lado **a**, temos a seguinte figura:



Calculando a medida do lado:

$a^2 = 4^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 = 80 \Rightarrow \boxed{a = 4\sqrt{5}}$

Calculando a medida do raio, utilizando uma relação métrica do triângulo retângulo, obtemos:

$a \cdot h = 4 \cdot 8 \Rightarrow 4 \cdot \sqrt{5} \cdot h = 4 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{h = \dfrac{8}{\sqrt{5}}}$

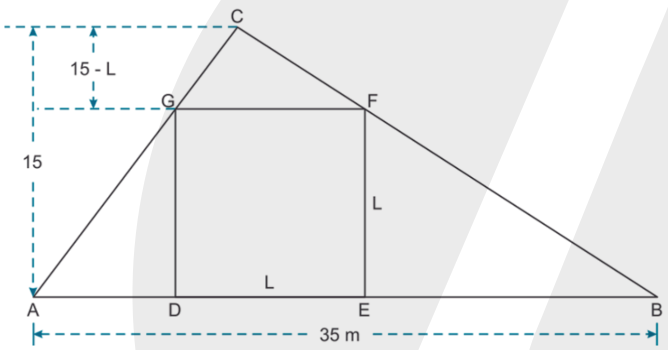
Resposta correta: B

3. Por semelhança de triângulos, obtemos:

$$\frac{20}{H} = \frac{X}{140}$$
$$H \cdot X = 2\,800$$

Resposta correta: E

4.



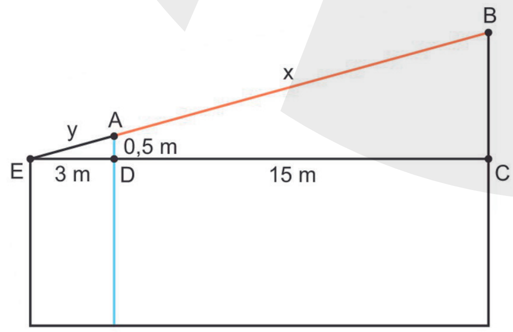
$\Delta GFC \sim \Delta ABC$

$\dfrac{15 - L}{15} = \dfrac{L}{35} \Rightarrow \dfrac{15 - L}{3} = \dfrac{L}{7} \Rightarrow 3L = 105 - 7L \Rightarrow$

$10L = 105 \Rightarrow L = 10,5$

Resposta correta = B

5. Aplicando o teorema de Pitágoras no ΔAED, obtemos:



$y^2 = 3^2 + 0,5^2$

$y = \sqrt{9,25} = \sqrt{\dfrac{925}{100}}$

$y = \dfrac{\sqrt{37}}{2}$

Por semelhança de triângulos entre o ΔEDA e o ΔEBC, chegamos a:

$$\frac{x + \sqrt{37}/2}{\sqrt{37}/2} = \frac{18}{3}$$

$$3x + \frac{3\sqrt{37}}{2} = 9\sqrt{37}$$

$$3x = \frac{15\sqrt{37}}{2}$$

$$\therefore x = 2,5\sqrt{37}\ \text{m}$$

Resposta correta: C

6. $\Delta PBQ \sim \Delta BAC$

$\dfrac{A_{\Delta PBQ}}{A_{\Delta BAC}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\dfrac{PB}{16}\right)^2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{PB}{16} = \sqrt{\dfrac{1}{2}} \Rightarrow PB = \dfrac{16}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\boxed{PB = 8 \cdot \sqrt{2}}$

Resposta correta: C

7. Por semelhança entre as bases e as áreas dos triângulos, obtemos:

$$\left(\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}\right)^2 = \frac{A_{ADE}}{A_{ABC}}$$

$$\left(\frac{\overline{DE}}{10}\right)^2 = \frac{0,23 \cdot A_{ABC}}{A_{ABC}}$$

$$\overline{DE}^2 = 100 \cdot 0,23$$

$$\overline{DE} = \sqrt{23}$$

$$\therefore \overline{DE} \cong 4,8\ \text{cm}$$

Ou seja, o comprimento de $\overline{DE}$ é um número entre 4 cm e 5 cm.

Resposta correta: E

8. $A_{ABCDE} = 220$

$AB = 10$

$AB' = 15$

Considerando que os pentágonos são semelhantes e que a razão entre as áreas é o quadrado da razão entre os lados, podemos escrever que:

$$\frac{A_{AB'C'D'E'}}{A_{ABCDE}} = \left(\frac{15}{10}\right)^2$$

$$\frac{A_{AB'C'D'E'}}{220} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$A_{AB'C'D'E'} = \frac{9}{4} \cdot 220$$

$$A_{AB'C'D'E'} = 495\ \text{cm}^2$$

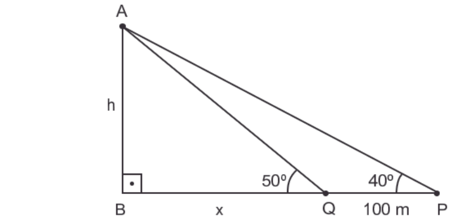
Portanto, a área pedida A será a diferença entre as áreas dos dois pentágonos semelhantes.

$A = 495 - 220$

$A = 275\ \text{cm}^2$

Resposta correta: D

9. Dos triângulos retângulos da figura, obtemos:



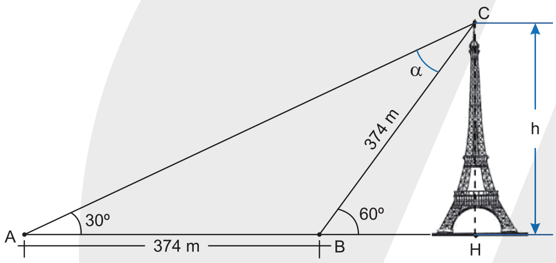
$$\begin{cases} tg\,50° = \dfrac{h}{x} \\ tg\,40° = \dfrac{h}{x+100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{h}{1{,}19} \\ x+100 = \dfrac{h}{0{,}84} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{1{,}19} + 100 = \frac{h}{0{,}84} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{0{,}84} - \frac{h}{1{,}19} = 100 \Rightarrow \frac{1{,}19h - 0{,}84h}{0{,}84 \cdot 1{,}19} = 100 \Rightarrow 0{,}35h = 99{,}96$$

$\therefore h = 285{,}6\ m$

Resposta correta: D

10.



No triângulo ABC, temos:

$\alpha + 30° = 60° \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°} \Rightarrow \boxed{BC = 374\ m}$

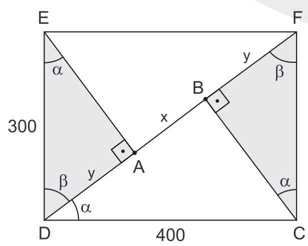
No triângulo HBC, temos:

$sen60° = \dfrac{h}{374}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{374} \Rightarrow h = 374 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{h \cong 317{,}9\ m}$

Resposta correta: C

11. Os triângulos destacados na figura abaixo são congruentes pelo caso ALA:



Segmento $\overline{DF}$:

$\overline{DF} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500\ m$

No triângulo ADE, temos: $sen\alpha = \dfrac{y}{300}$

No triângulo CFD, temos: $sen\alpha = \dfrac{300}{500} = \dfrac{3}{5}$

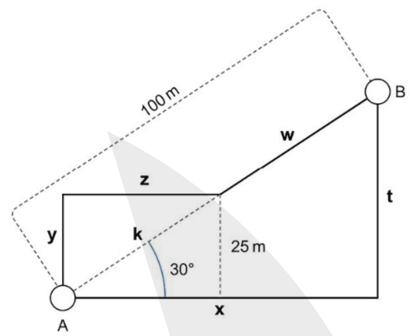
Logo: $\dfrac{y}{300} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow y = 180\ m$

Portanto, a distância entre os postes é de:

$500 = x + 2 \cdot 180 \therefore x = 140\ m$

Resposta correta: E

12. Chamando de **x**, **y**, **z**, **w**, **t** e **k** as medidas dos trechos indicados, temos:



$y = 25\ m$

$x = 100 \cdot \cos 30° = 100 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 50 \cdot \sqrt{3}\ m$

$k \cdot sen30° = 25 \Rightarrow k \cdot \dfrac{1}{2} = 50 \Rightarrow k = 25\ m$

$z = 50 \cdot \cos 30° = 50 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 25 \cdot \sqrt{3}\ m$

$w = 100 - 50 = 50\ m$

$t = 100 \cdot sen30° = 100 \cdot \dfrac{1}{2} = 50\ m$

Temos duas opções de caminho:

$y + z + w = 25 + 25\sqrt{3} + 50 = 75 + 25\sqrt{3} = 25 \cdot \left(3 + \sqrt{3}\right) m$

ou $x + t = 50 \cdot \sqrt{3} + 50 = 50 \cdot (1 + \sqrt{3})m.$

Portanto, a menor distância possível é: $25(3 + \sqrt{3})m.$

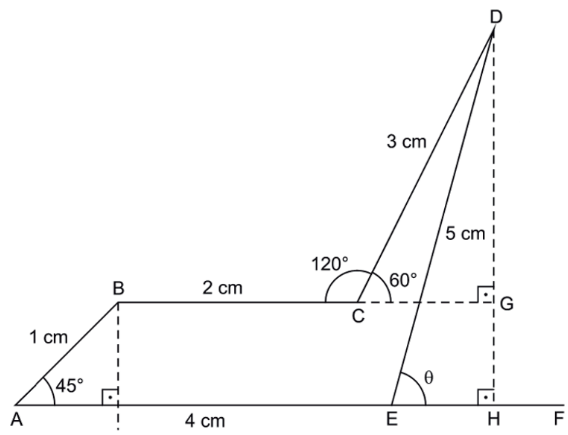
Resposta correta: D

13. Do enunciado, sabemos que:

$1 + 2 + 3 + \overline{DE} + 4 = 15 \Rightarrow \overline{DE} = 5\ cm$

$D\hat{C}G = 180° - 120° = 60°$

Da figura abaixo, também concluímos que:



$$\text{sen}45^\circ = \frac{\overline{BI}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{BI}}{1} \Rightarrow \overline{BI} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\text{cm} = \overline{GH}$$

$$\text{sen}60^\circ = \frac{\overline{DG}}{\overline{CD}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{DG}}{3} \Rightarrow \overline{DG} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$$

$$\overline{DH} = \overline{GH} + \overline{DG} = \frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$$

Logo:

$$\text{sen}\theta = \frac{\overline{DH}}{\overline{DE}} = \frac{\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}}{5} \therefore \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{10}$$

Resposta correta: C

14. No triângulo ABC temos que:

$$\text{sen}30^\circ = \frac{CB}{200}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{CB}{200}$$

$$CB = \frac{200}{2} \Rightarrow CB = 100\text{ m}$$

Temos que CB = DA = 100 m. Assim, no triângulo OAD, temos que:

$$\text{sen}60^\circ = \frac{DA}{OA}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{100}{OA}$$

$$\sqrt{3}\,OA = 200$$

$$OA = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

Racionalizando:

$$OA = \frac{200}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$OA = \frac{200\sqrt{3}}{3}\text{ m}$$

Resposta correta: B

15. Devemos determinar inicialmente a altura h_A. Para isso, $\text{tg}(\alpha_A) = \frac{h_A}{40} \Rightarrow h_A = 40 \cdot 1{,}22 \Rightarrow h_A = 4{,}88$ m. Para encontrar a altura que o ponto A está abaixo do pé do aparelho, devemos descontar 1,60 m do valor encontrado para h_A, assim, 4,88 – 1,60 = 3,28 m.
Pelo outro lado, também a partir da tangente, temos $\text{tg}(\alpha_B) = \frac{CO}{40} \Rightarrow CO = 40 \cdot 0{,}087 \Rightarrow CO = 3{,}48$ m. Com isso, a distância entre o terreno e o prisma de leitura é de 3,60 – 3,48 = 0,12 m. Assim, descontando 0,12 m da altura do equipamento, temos 1,60 – 0,12 = 1,48 m. Isso significa que o ponto B está 1,48 m acima do pé do aparelho. Por fim, para obter a diferença de altura entre os pontos A e B, temos 3,28 + 1,48 = 4,76 m, aproximadamente, 4,80 m.
Resposta correta: E

16. Raciocínio Logístico: A trajetória forma um triângulo retângulo em B, onde AB e BC são catetos e AC é a hipotenusa. O enunciado informa que BC = 10 metros e o ângulo em C (entre BC e CA) é de 60 graus.
Cálculo dos Lados:

- Cateto AB (x): Usamos a tangente de 60: $\tan(60^\circ) = \frac{AB}{BC}$.

  Logo, $\sqrt{3} = \frac{x}{10}$. Como $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, temos x = 17 metros.

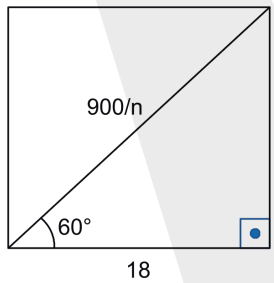
- Hipotenusa AC: Usamos o cosseno de 60: $\cos(60^\circ) = \frac{BC}{AC}$.

  Logo, $0{,}5 = \frac{10}{AC}$, resultando em AC = 20 metros.

  Percurso Total: Somamos os três trechos:
  AB + BC + AC = 17 + 10 + 20 = 47 metros.

Resposta correta: A

17. Vamos admitir que **n** seja o número de degraus, e que a diagonal de cada degrau meça 900/n.

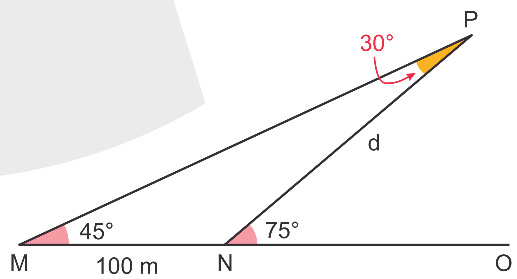


Logo:

$$\cos 60^\circ = \frac{18}{\frac{900}{n}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18}{\frac{900}{n}} \Rightarrow \frac{900}{n} = 36 \Rightarrow n = 25$$

Resposta correta: E

18. De acordo com as informações do problema, temos a seguinte figura:



Utilizando o teorema do ângulo externo, temos:

$$N\hat{P}N + 45^\circ = 75^\circ \Rightarrow N\hat{P}N = 30^\circ$$

Utilizando o teorema dos senos, obtemos:

$$\frac{NP}{\text{sen}45^\circ} = \frac{100}{\text{sen}30^\circ} \Rightarrow \text{sen}30^\circ \cdot NP = 100 \cdot \text{sen}45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot NP = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow NP = 100\sqrt{2}\text{ m}$$

Resposta correta: C

19. Aplicando a lei dos senos no triângulo APC, sendo **x** o segmento AP, temos:

$$\frac{x}{\text{sen}120} = \frac{18}{\text{sen}45}$$

$$x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 9\sqrt{6}$$

Aplicando Pitágoras no triângulo APO, sendo **r** o segmento PO, temos:

$$(9\sqrt{6})^2 = r^2 + 6^2$$

$$486 = r^2 + 36$$

$$r^2 = 450 \Rightarrow r = 15\sqrt{2}$$

Resposta correta: C

20. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, obtemos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 60°$$

$$\left(8\sqrt{3}\right)^2 = \overline{AB}^2 + 8^2 - 2\overline{AB} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$192 = \overline{AB}^2 + 64 - 8\overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 - 8\overline{AB}^2 - 128 = 0$$

$$\overline{AB} = \frac{8 \pm \sqrt{576}}{2} = 4 \pm 12$$

$$\overline{AB} = 16 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 16 \text{ cm} - 11 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Logo, a extensão máxima do braço vale: 16 cm + 8 cm + 5 cm = 29 cm.

Resposta correta: E

21. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo AOB, obtemos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 - 2 \cdot \overline{AO} \cdot \overline{BO} \cdot \cos\left(180° - \frac{45°}{3} - 45°\right)$$

$$\overline{AB}^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos 120°$$

$$\overline{AB}^2 = 25 + 100 - 100 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\overline{AB}^2 = 175$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{7} \text{ m}$$

Resposta correta: D

22. Para calcular a distância entre as torres C e A, aplicamos a Lei dos Cossenos no triângulo formado pelas torres A, B e C.

Dados:
Distância AB = c = 3 km
Distância BC = a = 5 km
Ângulo em B: θ = 135°
Fórmula da Lei dos Cossenos: $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\theta)$

Sabendo que $\cos(135°) = -\cos(45°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$b^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$b^2 = 25 + 9 + 15\sqrt{2}$$

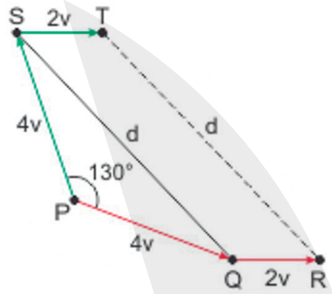
Usando $\sqrt{2} \cong 1{,}4$:

$b^2 = 34 + 15 \cdot 1{,}4$
$b^2 = 34 + 21 = 55$

$$b = \sqrt{55} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{11}$$

Substituindo os valores dados:
$b \cong 2{,}2 \cdot 3{,}3 = 7{,}26$ km
Arredondando, obtemos 7,3 km.
Resposta correta: E

23. Sendo **v** o valor da velocidade constante da embarcação, temos:



$d^2 = (4v)^2 + (4v)^2 - 2 \cdot 4v \cdot 4v \cdot \cos 130°$
$d^2 = 16v^2 + 16v^2 - 32v^2 \cdot (-\cos 50°)$
$d^2 = 32v^2 + 32v^2 \cdot 0{,}64$

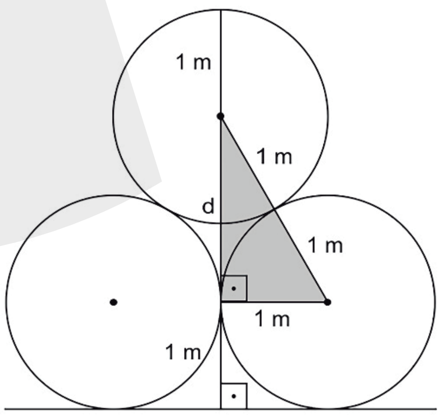
$$d = \sqrt{52{,}48v^2}$$

$d = 7{,}24v$
Logo:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = 7{,}24 \text{ h} \cong 7\text{h}15\text{min}$$

E a direção a ser tomada é a 135.
Resposta correta: A

24. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo destacado na figura abaixo, obtemos a distância **d** da figura.



$$2^2 = d^2 + 1^2$$

$$d = \sqrt{4 - 1} \Rightarrow d = \sqrt{3} \text{ m}$$

Logo, a altura de cada conjunto vale:

$$h = 1 + \sqrt{3} + 1 \therefore h = 2 + \sqrt{3} \text{ m}$$

Resposta correta: C

25. Como PR é diâmetro, o ângulo $P\hat{Q}R$ é reto. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo PQR, obtemos:

$$10^2 = 6^2 + \overline{QR}^2 \Rightarrow \overline{QR} = 8\,m$$

Distância percorrida pela partícula:

$$d = 6 + 8 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} \Rightarrow d = 29\,cm$$

Portanto, a aceleração escalar da partícula foi de:

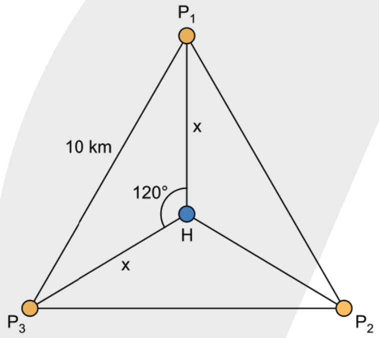
$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$10^2 = 8^2 + 2a \cdot 29$$

$$36 = 58a \therefore a = \frac{18}{29} m/s^2$$

Resposta correta: D

26. Aplicando a lei dos cossenos no triângulo HP_1P_3, obtemos a distância **x**, em quilômetros, entre o hospital e cada um dos postos de saúde:



$$10^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos 120°$$

$$100 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$100 = 2x^2 + x^2$$

$$x^2 = \frac{100}{3}$$

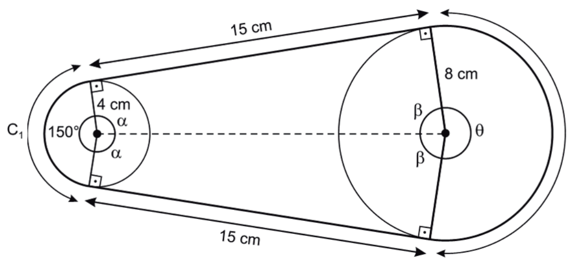
$$x = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$x \cong \frac{10 \cdot 1{,}7}{3} \cong 5{,}67$$

Que é um número entre 5 e 6.

Resposta correta: C

27. Da figura abaixo, obtemos:



$$150° + 2\alpha = 360° \Rightarrow \alpha = 105°$$

$$2 \cdot 90° + 105° + \beta = 360° \Rightarrow \beta = 75°$$

$$2 \cdot 75° + \theta = 360° \Rightarrow \theta = 210°$$

Comprimento c_1:

$$c_1 = 2\pi r \cdot \frac{150°}{360°} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{5}{12}$$

$$c_1 = 10\,cm$$

Comprimento c_2:

$$c_2 = 2\pi R \cdot \frac{210°}{360°} = 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{7}{12}$$

$$c_2 = 28\,cm$$

Logo, o comprimento total da correia vale:

$$c = 10 + 28 + 2 \cdot 15$$

$$\therefore c = 68\,cm$$

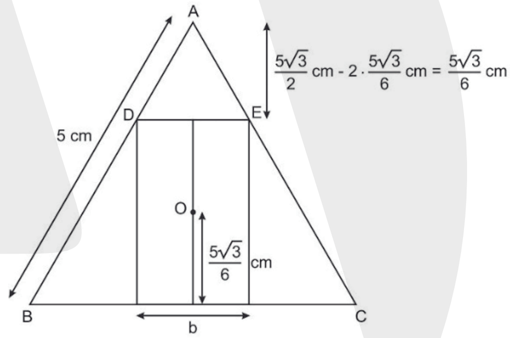
Resposta correta: D

28. Altura do triângulo equilátero: $h = \frac{5\sqrt{3}}{2}\,cm$

Distância do baricentro do triângulo até um de seus lados:

$$d = \frac{1}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}\,cm = \frac{5\sqrt{3}}{6}\,cm$$

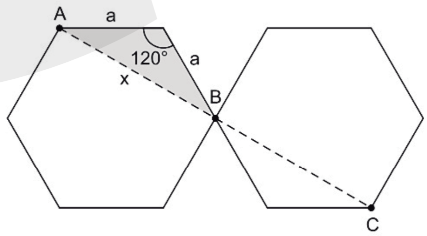
Fazendo semelhança entre os triângulos ADE e ABC da figura abaixo, obtemos:



$$\frac{b}{5} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{6}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} \therefore b = \frac{5}{3}\,cm$$

Resposta correta: C

29. Valor de **x** na figura abaixo.



$$x^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 120°$$

$$x^2 = 2a^2 - 2a^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 = 2a^2 + a^2$$

$$x = \sqrt{3}a$$

Portanto, a distância entre A e C vale: $\overline{AC} = 2\sqrt{3}a$.

Resposta correta: D

30. Temos que:

$$\overset{\frown}{FG}=\frac{30°}{360°}\cdot 2\pi\cdot 2r=\frac{\pi r}{3}$$

$$\overline{GH}=2r-r=r$$

$$\overset{\frown}{HI}=\frac{60°}{360°}\cdot 2\pi r=\frac{\pi r}{3}$$

Portanto:

$$\overset{\frown}{FG}+\overline{GH}+\overset{\frown}{HI}=\frac{2\pi r}{3}+r$$

Resposta correta: A

31. Ligando os centros dos círculos menores, formamos um quadrado de lado 20 cm. Aplicando Pitágoras, temos:

$$d^2=20^2+20^2$$

$$d^2=2\cdot 20^2$$

$$d=20\sqrt{2}$$

$$d=28\,\text{cm}$$

Assim, o raio do círculo maior será:

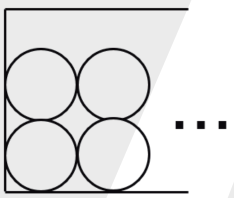
$$R=\frac{28+2\cdot 10+2\cdot 5}{2}$$

$$R=14+10+5$$

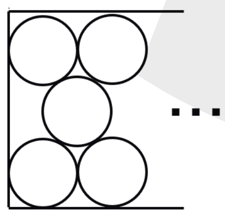
$$R=29\,\text{cm}$$

Resposta correta: C

32. Caso a organização das latas fossem conforme a figura seguinte, teríamos apenas 10 latas:



Porém, se a organização fosse conforme a figura seguinte:



Calculando a altura do triângulo equilátero formado pela ligação dos centros de três círculos tangentes, temos:

$$h=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}=\frac{10\cdot 1,7}{2}=8,5\text{ cm}$$

Assim, a largura ocupada pelas latas seria: $2\cdot 8,5+2\cdot 5=27$ cm. Logo, teremos duas fileiras com 5 latas e uma central com 4, totalizando 14 latas.

Resposta correta: D

33. Para resolver essa questão, aplicamos o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo formado pelos vértices A, E e D. O comprimento total do lado AB é igual ao lado CD, ou seja, **x**. Como o ponto E está sobre AB e EB = 3 m, a medida do segmento AE é x – 3. No triângulo retângulo AED, a hipotenusa ED vale 25 m e o cateto AD (lado do retângulo) vale 20 m. Assim:

$(x-32)+20^2=25^2$

$(x-32)+400=625$

$(x-32)=225$

$x-3=\sqrt{225}$

$x-3=15$

$x=18$ m

Resposta correta: D

34. Utilizar o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo formado no interior da circunferência. Identificação dos elementos: Seja O o centro e **r** o raio. O segmento AB mede 6 cm e contém o centro O. Logo, a distância de O até B é OB = AB – OA = 6r.
Aplicação do Teorema de Pitágoras: No triângulo OBC, temos o ângulo reto em B, o cateto BC = 2, o cateto OB = –r e a hipotenusa OC = r (raio).

$r^2=2^2+(6-r)^2$

$r^2=4+36-12r+r^2$

$12r=40\Rightarrow r=\frac{40}{12}=\frac{10}{3}$cm

Cálculo da Área: $A=\pi r^2=\pi\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{100\pi}{9}\text{cm}^2$.

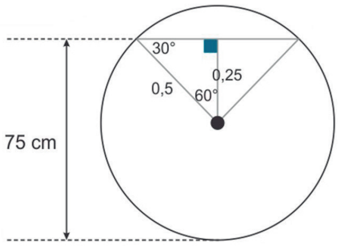
Resposta correta: D

35. Compreensão Geométrica: O retângulo ABCD possui lados AB = 12 m e BC = 9 m. O triângulo BEF é retângulo em E, com F pertencente ao segmento BC. O enunciado informa que EF = FC. Chamemos essa medida de **x**.
Relações Métricas: No triângulo retângulo BCD (ou ABC), por semelhança ou projeções em problemas de geometria plana, se BEF é construído a partir da configuração de suporte, identificamos que a base BE e a altura EF dependem da posição de F. Como F está em BC, temos BF + FC = 9. Logo, BF = 9 – x.
Aplicação do Teorema de Pitágoras no triângulo BEF: O problema sugere uma configuração onde, para um encaixe de sustentação padrão em engenharia escolar baseado nos lados 3-4-5, se EF = 3 e BE = 4, a área é $\frac{4\cdot 3}{2}=6.$

Alternativa [A] (6) é a correta, pois atende às proporções de estabilidade e medidas de triângulos retângulos proporcionais aos lados do retângulo (12 e 9, razão 4:3).
As alternativas [B], [C], [D] e [E] apresentam valores que excederiam os limites físicos do triângulo BEF dentro do espaço BC ou resultariam em áreas incompatíveis com a geometria de sustentação proposta.

Resposta correta: A

36.



$$S_b = \frac{0,5^2 \cdot \text{sen}120°}{2} + \frac{240° \cdot \pi \cdot 0,5^2}{360°}$$

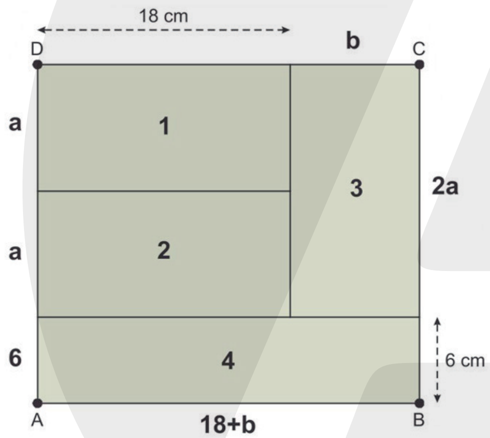
$$S_b = \frac{0,25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,25}{3} \Rightarrow S_b = \frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{1}{2}$$

$$V = S_b \cdot H$$

$$V = \left(\frac{\sqrt{3}}{16} + \frac{1}{2}\right) \cdot 2 \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}+8}{8} = \frac{9,7}{8} = 1,2125\ m^3 = 1\ 212,5 \text{ litros.}$$

Resposta correta: B

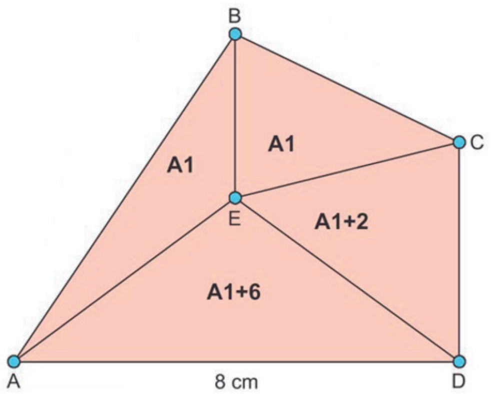
37.



Nomeando as áreas 1, 2, 3 e 4, elas devem ser todas iguais, portanto, $A_1 = A_3$. Assim, $18 \cdot a = b \cdot 2 \cdot a \Rightarrow b = 9$. Com isso, o valor da área 1 é $18 \cdot 9 = 162$. Como as quatro áreas são iguais, então: $162 \cdot 4 = 648\ cm^2$.

Resposta correta: D

38. De acordo com o enunciado as áreas dos triângulos são:



Logo:

$A_1 + A_1 + A_1 + 2 + A_1 + 6 = 32$

$4A_1 = 24$

$A_1 = 6\ cm^2$

Para o triângulo ADE, $12 = \frac{8 \cdot h}{2} \Rightarrow h = 3$ cm.

Resposta correta: A

39. $AE = ED = 4\ cm$

$CD \cdot 8 = 40 \Rightarrow \boxed{CD = 5\ cm}$

$CF = GD = x \Rightarrow 2x + 2 \cdot 5 = 16 \Rightarrow \boxed{x = 3\ cm}$

$\therefore \boxed{CF = 3\ cm}$ e $\boxed{GE = 7\ cm}$

Logo, a área S do trapézio CFGE será dada por:

$$S = \frac{(7+3) \cdot 5}{2} \Rightarrow \boxed{S = 25\ cm^2}$$

Resposta correta: B

40. Supondo o raio original com valor 10 (poderia ser qualquer valor), temos:

Original: $R = 10 \rightarrow A = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$

Modificado: 50% + 40% = 90%

$R = 1,9 \cdot 10 = 19 \rightarrow A = \pi \cdot 19^2 = 361\pi$

Calculando o aumento percentual da área, temos:

$$\frac{100\pi}{100\%} = \frac{261\pi}{x} \therefore x = 261\%$$

Resposta correta: D

41. Calculando as áreas dos polígonos que representam o esboço da regional 7, temos:

$$\frac{2,1 \cdot 4}{2} + \frac{(5,3+2,1) \cdot 1}{2} + \frac{(5,3+1,1) \cdot 5}{2} + 1,1 \cdot 2 + \frac{(5+4) \cdot 4,6}{2} + \frac{2 \cdot 5}{2}$$

$$4,2 + 3,7 + 16 + 2,2 + 20,7 + 5 = 51,8\ km^2$$

Comparando percentualmente com a área de Fortaleza, temos:

$$\frac{51,8}{314} \cong 16,5\%$$

Resposta correta: C

42. A área de cada setor é dada por $A = \frac{\pi R^2 \alpha}{360°}$. Calculando a área de cada um deles, temos:

$$A_I = \frac{3 \cdot 20^2 \cdot 15°}{360°} \Rightarrow A_I = 50\ m^2$$

$$A_{II} = \frac{3 \cdot 22^2 \cdot 30°}{360°} \Rightarrow A_{II} = 121\ m^2$$

$$A_{III} = \frac{3 \cdot 12^2 \cdot 40°}{360°} \Rightarrow A_{III} = 48\ m^2$$

$$A_{IV} = \frac{3 \cdot 16^2 \cdot 60°}{360°} \Rightarrow A_{IV} = 128\ m^2$$

$$A_V = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 90°}{360°} \Rightarrow A_V = 75\ m^2$$

Portanto, o proprietário deverá adquirir o sensor do tipo V.

Resposta correta: E

43. Área de 1 tijolo:

$0,05\,m \cdot 0,2\,m = 0,01\,m^2$

Área da parede:

$3\,m \cdot 8\,m = 24\,m^2$

Área da face aparente de 100 tijolos:

$100 \cdot 0,01\,m^2 = 1\,m^2$

Área de $\frac{1}{6}$ da parede:

$\frac{1}{6} \cdot 24\,m^2 = 4\,m^2$

Quantidade mínima de tijolos:

$$\frac{24\,m^2 - 4\,m^2}{0,01\,m^2} = 2\,000$$

Quantidade máxima de tijolos:

$$\frac{24\,m^2 - 1\,m^2}{0,01\,m^2} = 2\,300$$

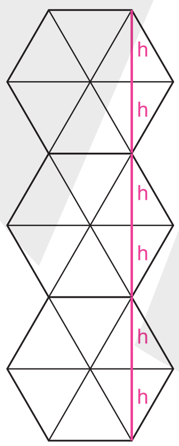
Resposta correta: C

44. Comprimento do lado de cada hexágono:

$$6 \cdot \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = 1$$

$$\ell = \frac{\sqrt{2\sqrt{3}}}{3}\text{ cm}$$

O lado do quadrado equivale a 6 alturas de triângulos equiláteros de lado ℓ, conforme ilustra a figura abaixo.



Cada uma das alturas equivale a:

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{3}}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{\sqrt{6\sqrt{3}}}{6}\text{ cm}$$

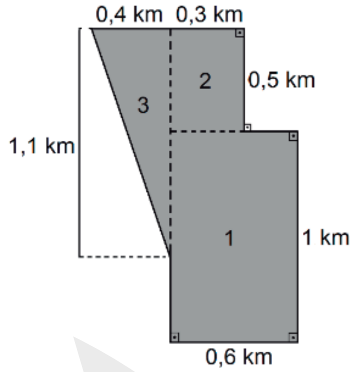
Logo, a área do quadrado vale:

$$A = (6h)^2 = \left(\cancel{6} \cdot \frac{\sqrt{6\sqrt{3}}}{\cancel{6}}\right)^2$$

$$\therefore A = 6\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

Resposta correta: B

45. Fragmentando a figura, temos:



Calculando a soma das três áreas, temos:

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3$$

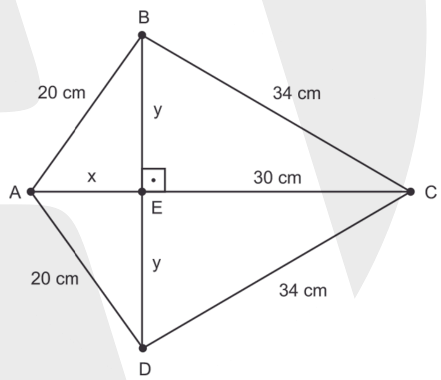
$$A_t = 0,6 \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,3 + \frac{0,4 \cdot 1,1}{2}$$

$$A_t = 0,6 + 0,15 + 0,22$$

$$A_t = 0,97\text{ km}^2$$

Resposta correta: A

46. Os triângulos ABE e ADE são congruentes pelo critério LAL, assim como os triângulos BCE e DCE. Sendo assim, da figura abaixo, obtemos:



$$34^2 = 30^2 + y^2$$

$$y = \sqrt{1\,156 - 900} = \sqrt{256}$$

$$y = 16\text{ cm}$$

$$20^2 = 16^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144}$$

$$x = 12\text{ cm}$$

Logo, a área da pipa vale:

$$A = 2 \cdot \left(\frac{12 \cdot 16}{2} + \frac{30 \cdot 16}{2}\right) = 192 + 480 \therefore A = 672\text{ cm}^2$$

Resposta correta: E

47. Aproximando $\sqrt{2}$ por 1,41 e sendo **x** a medida, em metros, do cabo extensor, temos:

$$\pi \cdot (6 + x)^2 = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 \Rightarrow 6 + x = 6\sqrt{2} \Rightarrow x \cong 2,5\text{ m}$$

Resposta correta: E

48. A área do canteiro é dada por $\pi \cdot \overline{AC}^2$. Logo, sendo $\overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC}$, deve-se ter:

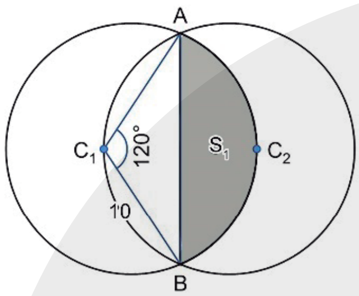
$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{AC}^2 - \pi \cdot \overline{AB}^2 \geq 25 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \overline{AC}^2 - \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AC}\right)^2 \geq 25$$

$$\Leftrightarrow \pi \cdot \overline{AC}^2 \geq 100\,m^2$$

A resposta é 100 m².

Resposta correta: C

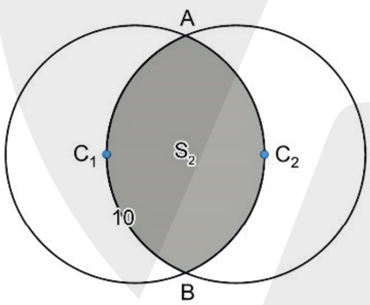
49.



A área S_1 será dada pela diferença entre a área do setor de 120° e a área do triângulo ABC_1:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot 10^2}{3} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \text{sen}120°$$

$$\boxed{S_1 = \frac{\pi \cdot 100}{3} - 25 \cdot \sqrt{3}}$$



A área S_2 será o dobro da área S_1:

$$S_1 = 2 \cdot S_1$$

$$\boxed{S_2 = 2 \cdot \frac{100 \cdot \pi}{3} - 50 \cdot \sqrt{3}}$$

Portanto, a área S considerada será dada por: $S = S_r - 2S_c + S_2$, em que S_r é a área do retângulo e S_c é a área de um círculo.

$$S = 20 \cdot 30 - 2 \cdot \pi \cdot 10^2 + 2 \cdot \frac{100 \cdot \pi}{3} - 50 \cdot \sqrt{3}$$

Fazendo $\pi = 3{,}14$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$, obtemos:

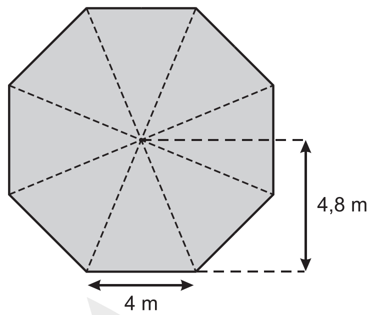
$$S \cong 600 - 628 + 200 - 85$$

$$\boxed{S \cong 87\ m^2}$$

Portanto, serão necessários 5 galões.

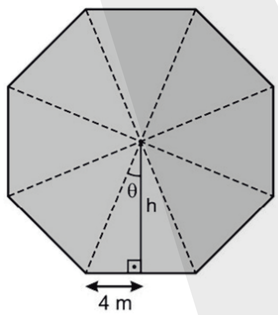
Resposta correta: C

50. NULA – Questão anulada no gabarito oficial.
A área do octógono é dada por:



$$A = 8 \cdot \frac{4 \cdot 4{,}8}{2} \therefore A = 76{,}8\,m^2$$

Porém, o valor da altura **h** não é compatível com um octógono regular, pois:

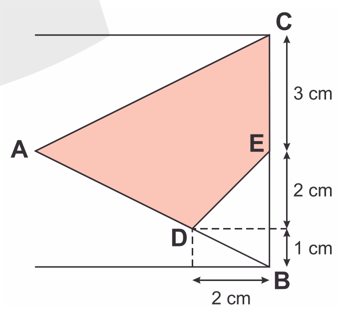


$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{8} = 22{,}5°$$

$$tg\,22{,}5° = \frac{4}{h}$$

$$h \cong 9{,}7\,m$$

51. A área pedida será dada pela diferença entre as áreas do triângulo ABC e do triângulo DBE:



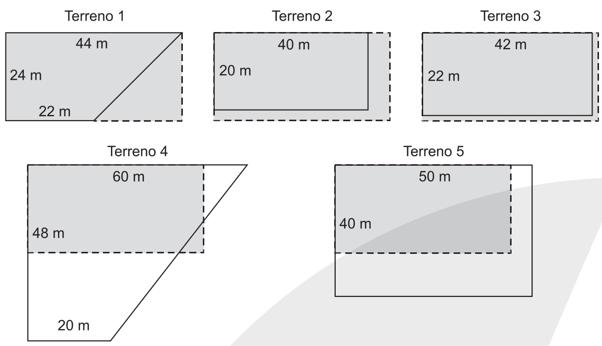
$$A = \frac{6 \cdot 6}{2} - \frac{3 \cdot 2}{2}$$

$$A = 18 - 3$$

$$\boxed{A = 15\,cm^2}$$

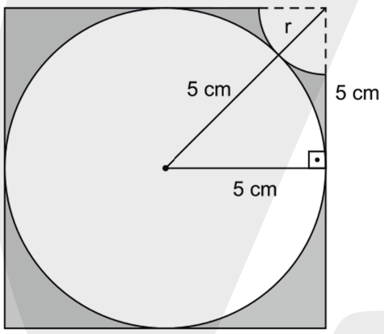
Resposta correta: E

52. Para que as condições da quadra sejam satisfeitas, a sua área deve equivaler à de um retângulo de 44 m x 24 m. Sobrepondo a área necessária (hachurada) às áreas dos terrenos, ficamos com as seguintes configurações:



Portanto, o terreno 5 é o único que atende todas as exigências para a construção da quadra.
Resposta correta: E

53. Raio do um quarto de círculo removido:



$$5+r=5\sqrt{2}$$
$$r=5\cdot 1{,}4-5$$
$$r=2\text{ cm}$$

Área da base da peça:

$$A=10\cdot 10-\pi\cdot 5^2-\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 2^2$$
$$A=100-25\pi-\pi$$
$$A=100-24\cdot 3{,}1$$
$$A=25{,}6\text{ cm}^2$$

Volume da peça:

$$V=25{,}6\cdot 4$$
$$V=102{,}4\text{ cm}^3$$

Quantidade de estanho na peça:

$$V=102{,}4\cdot 0{,}33\cong 33{,}79\text{ cm}^3$$

Resposta correta: A

Thiago Pacífico

EXERCÍCIOS DE SALA							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
D	B	A	B	E	B	E	C
9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	
D	B	A	C	D	D	E	

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	D	A	E	A	E	B	C	C	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
E	D	E	B	C	B	A	C	E	A

COMENTÁRIOS – EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Calculando o número de possibilidades de se colocar 5 pessoas no primeiro carro e 4 pessoas no segundo carro, temos:

$$C_{9,\,5}\cdot C_{4,\,4}=\frac{9!}{5!\cdot 4!}\cdot 1=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot \cancel{5!}\ldots}{\cancel{5!}\cdot 24}=126$$

Resposta correta: D

2. Combinação de peixes e mariscos:
   - 7 tipos de peixes: escolher 3 diferentes.
   - 5 tipos de mariscos: escolher 2 diferentes.

Calculando as combinações:

1. Peixes: $C(7,\,3)=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}=35$
2. Mariscos: $C(5,\,2)=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}=10$

Total de combinações: 35 · 10 = 350
Resposta correta: D

3.

I.				A	
	5 x	5 x	4		= 100
II.				B	
	5 x	5 x	4		= 100
III.				C	
	5 x	5 x	4		= 100
IV.				D	
	6 x	5 x	4		= 100

Logo: (I) ou (II) ou (III) ou (IV) = 100 + 100 + 100 + 120 = 420.
Resposta correta: A

4. Conforme o enunciado com as condições impostas, temos duas possibilidades de análise:

I.

Pastor alemão	Vira-lata	Labrador	Buldogue
Mingau ou Nuvem	Soneca ou Fumaça		
2	2	2	1

Neste primeiro caso, há 2 possibilidades de nomeação para o pastor alemão e duas para o vira-lata. Escolhidos dois nomes, restam 2 possibilidades para o labrador e 1 para o buldogue, segue que há 2 · 2 · 2 · 1 = 8 formas de nomear os cachorros nesse caso.

II.

Pastor alemão	Vira-lata	Labrador	Buldogue
Fumaça	Soneca		
1	1	2	1

No segundo caso, há somente 1 possibilidade de nomeação para o pastor alemão e, consequentemente, somente 1 para o vira-lata também. Escolhidos dois nomes, restam 2 possibilidades para o labrador e 1 para o buldogue, segue que há 1 · 1 · 2 · 1 = 2 formas de nomear os cachorros nesse caso.
Assim, há 8 + 2 = 10 formas de distribuir os nomes entre os cachorros.
Resposta correta: E

5.

Marcela					

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{C_{13,5}}$

$$C_{13,5}=\frac{13!}{5!\cdot 8!}=\frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8!}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 8!}=1\,287.$$

Resposta correta: A

6. Total de equipes com 5 profissionais que podem ser formadas:

$$C_{12,5}=\frac{12!}{5!\cdot 7!}=792$$

Total de equipes formadas só com médicos:

$$C_{5,5}=\frac{5!}{5!\cdot 0!}=1$$

Total de equipes formadas só com enfermeiros:

$$C_{7,5}=\frac{7!}{5!\cdot 2!}=21$$

Portanto, o total de equipes com pelo menos um médico e pelo menos um enfermeiro será dado por:

792 – 1 – 21 = 770

Resposta correta: E

7. Possibilidades para a escolha de um fisioterapeuta:

$$C_{3,1}=\frac{3!}{2!\cdot 1!}=3$$

Possibilidades para a escolha de dois traumatologistas:

$$C_{5,2}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=10$$

Possibilidades para a escolha de 4 enfermeiros:

$$C_{4,2}=\frac{4!}{2!\cdot 2!}=6$$

Portanto, o número de equipes de plantão que podem ser formadas será dado por:

$$3\cdot 10\cdot 6=180$$

Resposta correta: B

8. P(genética) = 1%

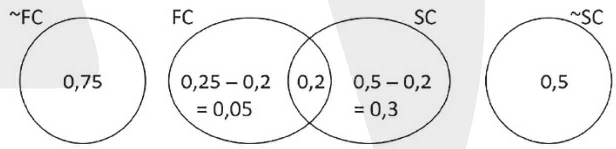
P(não genética) = 99%

gen.	~gen.	~gen.

$$\frac{1}{100}\cdot\frac{99}{100}\cdot\frac{99}{100}\cdot\underbrace{3}_{\text{Possibilidade}}=\frac{29\,403}{1\,000\,000}=0{,}029403=2{,}94\%.$$

Resposta correta: C

9.



Logo:

P(~FC) = 0,75

P(FC) = 0,25

P(SC) = 0,5

P(~SC) = 0,5

P(FC $\cap$ SC) = 0,2

P(FC $\cap$ ~SC) = 0,05

P(~FC $\cap$ SC) = 0,3

a) P(FC $\cap$ ~SC) + P(~FC $\cap$ SC) + P(FC $\cap$ SC) = 0,05 + 0,3 + 0,2 = 0,55.

b) P(FC) = 0,25.

c) P(SC $\cap$ ~FC) = 0,3.

d) P(FC $\cap$ ~SC) = 0,05.

e) P(~SC) = 0,5.

Resposta correta: C

10. Utilizando apenas as teclas 1, 2, 5, 7 e 0, há 5 algarismos e 10 letras possíveis. Logo, o número de senhas diferentes é:

$$\underbrace{5}_{A}\cdot\underbrace{4}_{A}\cdot\underbrace{10}_{L}\cdot\underbrace{9}_{L}\cdot\underbrace{8}_{L}=14\,400$$

Resposta correta: B

11.

$$A=\frac{6}{10}\begin{cases}\text{atrasou}=\frac{4}{10}\Rightarrow\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}=\frac{24}{100}=24\%\\ \text{não atrasou}=\frac{6}{10}\Rightarrow\frac{6}{10}\cdot\frac{6}{10}=\frac{36}{100}=36\%\end{cases}$$

$$B=\frac{4}{10}\begin{cases}\text{atrasou}=\frac{3}{10}\Rightarrow\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{12}{100}=12\%\\ \text{não atrasou}=\frac{7}{10}\Rightarrow\frac{4}{10}\cdot\frac{7}{10}=\frac{28}{100}=28\%\end{cases}$$

Ana não se atrasou: 36% + 28% = 64%

Ana não atrasou e escolheu o trajeto B: 28%

Prob. = $\frac{28\%}{64\%}=\frac{28}{64}=\frac{7}{16}$.

Resposta correta: E

12. Probabilidade de não ocorrer nenhuma face vermelha nos 2 lançamentos:

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$$

Sendo assim, a probabilidade de um cliente receber um desconto é igual a:

$$1-\frac{25}{36}=\frac{11}{36}$$

Resposta correta: D

13. Vende: 0,4 = 40%
Não vende: 0,6 = 60%

1ª Solução:
Calcula-se o que não pode:

~vende	~vende	~vende

$$\frac{6}{10}\ \text{x}\ \frac{6}{10}\ \text{x}\ \frac{6}{10}=\frac{216}{1\,000}$$

Então: $1-\frac{216}{1\,000}=\frac{784}{1\,000}=0,784$

2ª Solução:

vende	vende	vende

$$\frac{4}{10}\ \text{x}\ \frac{4}{10}\ \text{x}\ \frac{4}{10}=\frac{64}{1\,000}.$$

vende	não vende	não vende

$$\frac{6}{10}\ \text{x}\ \frac{6}{10}\ \text{x}\ \frac{6}{10}\ \text{x}\ \underbrace{3}_{\text{possibilidades}}=\frac{432}{1\,000}.$$

vende	vende	não vende

$$\frac{4}{10}\ \text{x}\ \frac{4}{10}\ \text{x}\ \frac{6}{10}\ \text{x}\ \underbrace{3}_{\text{possibilidades}}=\frac{288}{1\,000}.$$

Então: $\frac{64}{1\,000}+\frac{432}{1\,000}+\frac{288}{1\,000}=\frac{784}{1\,000}=0,784$

Resposta correta: E

14. A probabilidade pedida é dada por: $p=\underbrace{\frac{3}{5}}_{B}\cdot\underbrace{\frac{2}{4}}_{B}\cdot\underbrace{\frac{2}{3}}_{P}=\frac{1}{5}=20\%.$

Resposta correta: B

15. A questão pede para calcular o total de siglas possíveis formadas por três letras diferentes retiradas do nome da fruta "abacaxi".
Temos 5 letras distintas: A, B, C, X, I.
Precisamos escolher 3 letras distintas dessas 5 disponíveis e organizá-las em diferentes ordens.
Como a ordem importa (pois estamos formando siglas), usamos a fórmula de arranjo simples: $A(n,\ p)=\frac{n!}{(n-p)!}$.
Em que:
- n = 5 (total de letras distintas)
- p = 3 (número de letras escolhidas)

$$A(5,\ 3)=\frac{5!}{(5-3)!}=\frac{5!}{2!}$$

Expandindo os fatoriais:

$$A(5,\ 3)=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2!}{2!}$$

Cancelamos o 2!:

$$5\cdot 4\cdot 3=60$$

O total de siglas possíveis é 60, que corresponde à alternativa [C].
Resposta correta: C

16. Completando as informações da tabela, encontramos:

Estudantes	Opção 1	Opção 2	Total
Mulheres	4	9	13
Homens	7	10	17
Total	11	19	30

Sendo $\frac{13}{30}$ a probabilidade de o sorteado ser uma mulher, $\frac{11}{30}$ a probabilidade de o sorteado ter feito a opção 1 e $\frac{4}{30}$ a probabilidade de uma mulher ter feito a opção 1, podemos concluir que a resposta é $\frac{13}{30}+\frac{11}{30}-\frac{4}{30}=\frac{2}{3}$.

Resposta correta: B

17. Para ir de P a R, por qualquer trajeto, há 8 segmentos horizontais e 3 verticais. Assim, o número de caminhos possíveis é igual a $P_{11}^{(8,3)} = \frac{11!}{8! \cdot 3!} = 165.$

Por outro lado, para ir de P a R, passando por Q, existem $P_6^{(5)} \cdot P_5^{(3,2)} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 60$ possibilidades.

Em consequência, a resposta é 165 – 60 = 105.

Resposta correta: A

18. Número total de maneiras de se retirar 3 notas dentre as 7:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{4!3!} = 35$$

Número de maneiras de se retirar 3 notas com a soma resultando em um valor menor que 50 reais (caso em que são retiradas 3 notas dentre as de 2, 5, 10 ou 20 reais):

$$C_{4,3} = \frac{4!}{1!3!} = 4$$

Portanto, a quantidade procurada de maneiras é de: $35 - 4 = 31$.

Resposta correta: C

19. Os filhos poderão ser:
Homem, homem e mulher ou mulher, homem e homem ou homem, mulher e homem.
Logo, a probabilidade será:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%.$$

Resposta correta: E

20. Calculando:

$$P(x) = P_{10}^{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3^9} = \frac{10 \cdot 2}{3^{10}}.$$

Resposta correta: A

ANOTAÇÕES

Colégio Ari de Sá Cavalcante

Mais informações:

(85) 3255.2900
Duque de Caxias

(85) 3477.2000
Washington Soares

(85) 3486.8400
Aldeota

aridesa.com.br